Les ouvrages traitant de probabilités dans le domaine du bridge.

Le bon sens ?
« Un ramassis de préjugés acquis avant l'âge de dix – huit ans »
Albert Einstein.

Lorsqu'on se propose de critiquer l'usage pour le moins fantaisiste que de prétendus théoriciens ont fait des probabilités en matière de bridge, peut être n'est – il pas inutile de citer les sources desquelles on tire ses arguments et l'on ne peut évidemment aborder ce sujet, sans se pencher sur le cas du grand Emile Borel, membre de l'institut, ancien député de l'Aveyron et ministre de la marine, mathématicien éminent, plus connu pour ses travaux dans le domaine de l'analyse, mais qui dans les années 30 et 40 occupait la prestigieuse chaire de calcul des probabilités à la facultés de sciences de Paris.
D'après Roudinesco, c'est lui qui a jeté les bases du calcul de probabilités en matière de bridge, (après avoir jugé que la crapette ferait moins distingué dans son palmarès) et ses théories ont été popularisées plus tard par Thérence Reese, sous une forme plus digeste au lecteur et aussi, pour tout dire, plus anglo-saxonne c'est-à-dire plus apte à s'affranchir des barrières linguistiques et à se répandre à travers le monde.

Dans ce qui suit, les citations apparaissent en bleu et les commentaires en noir ce qui facilitera la distinction entre les unes et les autres.

Pour expliquer au lecteur le sens de ma démarche, avant de me livrer à cet exercice périlleux qui consiste, pour un ver de terre, à critiquer une étoile, je ne trouverai pas de formule plus appropriée, que cet avertissement que Borel nous adresse dans l'une de ses œuvres :

Emile Borel. Valeur pratique et philosophie des probabilités. Paris 1939.
chapitre III
L'incompréhension des joueurs et des esprits superstitieux.
22. But de ce chapitre – La plupart des lecteurs de ce Traité trouveront ce chapitre inutile ; en ce cas, ils n'ont qu'à le passer et je m'en excuse auprès d'eux. Il m'a paru cependant qu'il était nécessaire, car j'ai pu constater que les erreurs qui y sont dénoncées, ne sont malheureusement pas seulement l'apanage des hommes sans culture, mais se rencontrent parfois chez des esprits cultivés ayant même, dans certains cas heureusement assez rares, poussé assez loin avec succès des études scientifiques fort sérieuses. Si quelqu'un de ceux là se trouve lire les pages qui suivent, il jugera peut être que je devrais m'excuser auprès de lui, de la sévérité de mes jugements sur certaines erreurs ; j'ai simplement cherché à servir la cause de la raison et de la vérité et je voudrais avoir réussi à convaincre tous les esprits de bonne foi.
(Un peu plus loin :) Etudions enfin le cas du retour à l'équilibre au sujet duquel un esprit aussi distingué que Félix Le Dantec a été induit en erreur pas des raisonnements trop sommaires...

Comme vous l'avez compris, c'est pour servir la cause de la raison et de la vérité que Borel va se livrer au petit jeu de massacre qui va suivre les lignes que je viens de citer.
Donc, rien ne s'oppose à ce que, dans le modeste ouvrage dont vous avez entrepris, à l'instant, la lecture, je fasse la même chose aux dépends de Borel.
Mais, à côté de la raison et de la vérité, je prétends aussi, un peu, servir la cause des mathématiques car il me semble qu'on les a beaucoup galvaudées dans les ouvrages que je cite et qu'il est temps, aujourd'hui, de leur donner le dernier mot et de les rétablir dans leur droit.
Pour suivre mes propos vous n'aurez pas besoin d'autre chose que des connaissances de base en matière de probabilités et d'un peu de logique. La logique, vous le savez, c'est cette forme de

la connaissance qui nous est commune sans que nous éprouvions la nécessité de recourir à des conventions compliquées. Par exemple, les probabilités étant la science des possibles, il faudra que nous nous accordions sur le sens des mots « possible » et « impossible ». Mais à priori, cela ne me semble pas impossible.

Etudions enfin le cas de la théorie mathématique du bridge à la portée de tous au sujet duquel un esprit aussi distingué qu'Emile Borel a été induit en erreur par des raisonnements trop sommaires ...

Mais d'abord, rappelons **l'essentiel des règles du bridge :** :

Le déroulement d'une donne de bridge comporte 3 phases :
1) distribution équitable et aléatoire des 52 cartes aux 4 joueurs,
2) enchères en vue de déterminer le contrat qu'espère réaliser chaque camp (le contrat est un nombre de levées entre 7 et 13 dans une dénomination qui peut être l'atout (♠, ♥, ♦, ♣) ou sans – atout (SA)),
3) jeu de la carte opposant le demandeur (ou déclarant) qui a gagné les enchères et cherche à réaliser son contrat au camp de la défense (encore appelé flanc) .

Pour le profane disons que lorsque débute la phase jeu de la carte, chaque joueur a 13 cartes et 13 levées sont en jeu. Une levée est constituée de 4 cartes, une par joueur, et c'est le camp qui a fourni la plus forte qui emporte la levée. La première carte jouée lors d'un pli, fixe la couleur demandée et tous les joueurs ont pour seule obligation de fournir de la couleur demandée. A défaut de pouvoir le faire, ils peuvent fournir n'importe quelle carte de leur jeu. Mais seule une carte de la couleur demandée ou un atout peuvent prétendre emporter une levée. Au sein d'une couleur, l'ordre des cartes, de la plus forte à la plus faible est ARDV1098765432. Une carte de la couleur d'atout est supérieure à n'importe quelle carte qui n'est pas de l'atout.
Au début du jeu de la carte, les 13 cartes du mort en NORD sont visibles (elles ont été étalées après qu'OUEST ait choisi la carte d'entame) et c'est le demandeur, en SUD qui est chargé de les jouer au bénéfice du camp NORD – SUD.
Les autres jeux sont cachés.
En cours de jeu, SUD, le demandeur, va tenter d'évaluer la probabilité de situation d'une carte importante dans un flanc afin de choisir judicieusement la technique qui va lui permettre de réaliser son contrat.
Cette probabilité qui au début du coup est de 50% pour un flanc donné va évoluer lorsque les règles du bridge (et la certitude qu'un joueur ne joue jamais contre les intérêts de son camp) vont permettre de déceler des disparités dans la répartition de plusieurs cartes (formant tout ou partie d'une couleur) entre les 2 flancs. Par exemple une défausse va nous révéler que les piques sont réparti 3 en EST, 0 en OUEST, l'entame d'un Roi va nous apprendre que Roi, Dame, Valet de cette couleur sont dans la main qui entame, l'apparition incongrue d'une grosse carte dévoile qu'elle est sèche et donc que la couleur est partagée 6–1. ...
Quel est l'impact des renseignements glanés par le demandeur, des disparités qu'il constate dans les distributions des flancs, sur les probabilités que Borel appelle « probabilités à posteriori » ?
C'est l'objet du chapitre que nous allons commenter.

Emile Borel et André Chéron. Théorie mathématique du bridge à la portée de tous. Paris 1940.

17. Remarques générales sur la probabilité à posteriori. Le demandeur a reçu certains renseignements permettant de localiser avec certitude (13-W) cartes en Ouest et (13-E) cartes en Est. Ces cartes localisées, le demandeur n'en connaît pas seulement le nombre mais il peut les nommer toutes une à une. (....)
Borel cite alors un exemple ou Ouest entamant trèfle et la Dame d'Est (supposée sèche) tombant sur l'as de Nord (qui possède ♣ARV), l'entame dévoile que les trèfles sont 6–1 (W = 7 et E = 12) et il précise :
Mais il convient de remarquer que tout ce que nous allons dire resterait exact si le demandeur connaissait seulement le nombre de trèfles possédés par telle main cachée sans pouvoir les nommer (...)
Ceci étant donné, – et peu importe alors la source des renseignements reçus par Sud – nous nous proposons de calculer la probabilité pour que Ouest ou Est ait l'une des (W+E) cartes inconnues, c'est-à-dire ait une carte déterminée que nous appellerons H.(la ♠D)

Et Borel nous livre sa formule des places vacantes, qui est équivalente à la nôtre :

$$P_W = \frac{W}{W+E}$$

$\mathbf{P_W}$ étant la probabilité de **H** en Ouest, dans la main qui a W cartes encore non localisées.
Mais quelques lignes plus loin, il nous faut déchanter :

Prévenons pour terminer une confusion possible.
Revenons à notre exemple concret précédent et faisons les suppositions suivantes :
1e Ouest entame le ♥R au lieu du ♣4
2e Cette entame révèle ♥RDV chez Ouest mais on ignore si Ouest a ou n'a pas d'autre ♥ .
3e C'est une certitude que Ouest entamera du ♥R avec ♥RDV qu'il ait ou n'ait pas la ♠D .
4e Le petit cœur que fournira Est à la 1ere levée n'apprendra que ceci au demandeur : Est n'avait pas chicane ♥ au départ
5e Sud ne tient pas compte des déclarations.
(....)
Après l'entame du ♥R mais avant qu'Est ne joue sa première carte, il reste à Ouest 10 cartes inconnues et à Est 13 cartes inconnues. Soit un total de 10+13 = 23 cartes inconnues dans lesquelles se trouve la ♠D. Ouest a , à ce moment 10 chances sur 23 d'avoir la ♠D et Est 13 chances sur 23. Cette remarque ne doit pas prêter à confusion. Il ne faudrait pas en conclure qu'après une entame incolore , c'est-à-dire qui ne nous apprendrait rien du tout, Ouest aurait avant qu'est ne joue sa première carte 12 chances sur 25 d'avoir la ♠D et Est 13 chances sur 25. En effet, il serait absurde de conclure du fait qu'ouest entame une carte – Il est bien obligé de le faire ! – qu'il a moins de chance qu'Est d'avoir la ♠D. (....)
Après qu'Est ait fourni un petit cœur à la 1ere levée, il serait faux de raisonner ainsi : il reste 10 cartes inconnues à Ouest et 12 cartes inconnues à Est. Donc la probabilité pour qu'Ouest ait la ♠D est à ce moment de 10 chances sur 22.
Voici la manière correcte de calculer la probabilité exacte :
(je simplifie)
On note P(Hypothèse) la probabilité pour que l'hypothèse se produise.
D'après Borel les probabilités ci-dessous sont « calculées avant la distribution des cartes, c'est-à-dire à priori ».
P1 = P(pour qu'Ouest ait ♥RDV + ♠D) – P(pour qu'Ouest ait les 7 cœurs + ♠D)
P2 = P(pour qu'Ouest ait ♥RDV sans la ♠D) – P(pour qu'Ouest ait les 7 cœurs sans la ♠D)
Et la probabilité qu'Ouest ait la ♠D après la première levée serait

$$\frac{P1}{P1+P2} \text{ soit } 43{,}77\% \text{ alors que } \frac{10}{23} = 43{,}48\% \text{ et } \frac{10}{22} = 45{,}45\%$$

1 Ainsi, donc, Borel n'a pas fini d'exprimer la première loi régissant les probabilités durant la phase du jeu de la carte, qu'il cite un exemple la contredisant.
Il énonce la loi des places vacantes, il la formule correctement, il nous dit que quelle que soit la source des renseignements reçus par le déclarant, si on **localise** 13–W cartes en Ouest et 13–E cartes en Est, (ce qui veut dire qu'on peut les nommer et les situer une à une), on peut appliquer sa formule et proclamer que la probabilité d'une carte encore inconnue dans un flanc est égale au rapport du nombre de cartes encore inconnues de ce flanc au nombre total de cartes encore inconnues
Et là, quelques lignes plus loin, dans un exemple destiné à éviter une confusion possible, il nous dit que ce n'est pas vrai, car ...

● en supposant que le petit cœur fourni par Est sur le ♥R (cette petite carte que Borel refuse obstinément de nommer) soit le ♥2.

● En supposant que nous acceptions cette règle selon laquelle l'entame du roi implique la possession de ♥ RDV

Borel ne veut pas que nous proclamions que nous connaissons avec certitude 3 cartes de la main d'Ouest (♥RDV) et une seule carte de la main d'Est (♥2), que cela donne 10 places vacantes dans une main et 12 dans l'autre, et que donc nous en déduisions qu'à la fin de le 1ere levée, la probabilité de la ♠D dans le jeu d'Ouest est 10/22.
Borel nous suggère que ce petit cœur fourni par Est, nous n'avons pas vu que c'était le 2, nous ne pouvons pas le nommer, il a moins de réalité que le Roi, il a même moins de réalité que la Dame et le Valet (que pourtant nous n'avons pas vus), il ne bouche pas aussi bien un trou de la main d'Est que RDV ne bouchent de trous dans la main d'Ouest. Ou alors il y a une fuite puisque la probabilité calculée par Borel est de **43,77%** alors qu'elle serait de **43,48%** si ce ♥2 ne bouchait aucun trou et de **45,45%** si ce ♥2 bouchait convenablement son trou.
Ce petit cœur, Borel nous explique que nous l'avons juste entrevu, nous avons vu que c'était un cœur, c'est tout. Il n'est pas resté assez longtemps sur la table pour impressionner notre rétine et encore moins pour que notre conscience le prenne en charge et considère sa fourniture ou sa localisation comme un fait avéré. Et tout ce que nous pouvons en déduire c'est qu'Est n'est pas chicane cœur.
Telle est la limite que Borel fixe à notre conscience des choses qui se produisent à une table de bridge.
Les petits cœurs sont comme les électrons, parfois ils ont une nature corpusculaire et leur présence ainsi que leur intégrité est indéniable, parfois ils ont une nature ondulatoire et ne sont présents qu'en partie.
Moi qui pensais que les mathématiques avaient pour objet de nous ouvrir l'esprit, j'étais loin de me douter que pour servir ce but, elles pouvaient aussi nous enjoindre de fermer les yeux !

2 Et quelle justification donne Borel à notre cécité partielle ?
D'après lui, après une entame incolore (c'est-à-dire qui ne nous apprendrait rien du tout) il serait absurde de conclure du fait qu'ouest entame une carte – Il est bien obligé de le faire ! – qu'il a moins de chance qu'Est d'avoir la ♠D. Il en va de même de ce petit cœur *qu'on est bien obligé de fournir*, mais comme lui diminue légèrement la probabilité de son possesseur d'avoir la ♠D (du fait que Borel prend en compte qu'il n'est pas chicane cœur) la conclusion qu'il a un impact sur la probabilité est quand même moins absurde que dans le cas de l'entame, allez savoir pourquoi.
Peut être que du fait qu'on entame une couleur, on n'est pas obligé de déduire qu'on n'est pas chicane dans cette couleur.
Donc, en somme, après avoir donné une règle numérique énonçant que la probabilité de cette ♠D est plus forte dans la main sur laquelle nous sommes le moins bien informés (la main la moins bien connue, la main comportant le plus de places vacantes), Borel s'étonne que l'acte d'entamer, ou de fournir une petite carte de la couleur, qui accroît l'information que nous avons sur la main qui fournit en ne lui laissant plus que **n–1** places vacantes au lieu de **n**, puisse momentanément diminuer la probabilité de la ♠D dans cette main !
Curieux, quand même, ce manque de suite dans les idées !
Comment ces faits pourraient – il être absurdes si la règle des places vacantes ne l'est pas ?

Pourtant, avant que le mort n'étale son jeu, il y avait bien 13 places vacantes dans son jeu sur 39 et, vu de la main du déclarant, la probabilité qu'il possède la ♠D était bien de 13/39 = 1/3 ? Quand Nord, le mort, a étalé son jeu – il était bien obligé de le faire – Borel en a bien déduit que la ♠D était peu probable chez lui du fait qu'elle ne s'y trouvait pas. Ce n'est donc pas seulement **l'obligation de faire quelque chose** qui rend l'acte afférent impropre à modifier la probabilité. Mais quoi alors ? Le caractère massif de l'acte ? Si nord avait étalé sa main une carte après l'autre, la probabilité qu'il ait la ♠D ne serait donc pas passée à 12/38 après la première carte étalée, puis 11/37 après la seconde et ainsi de suite jusqu'à 0/26 ?
Quelle est la masse critique ? Quel est le nombre minimum ou la hauteur minimum des cartes qu'il faut localiser pour que la loi fonctionne ?
Et quel argument mathématique justifie cette restriction ?

Apparemment tous les auteurs ne sont pas d'accord sur le fait que dans le cas d'une fourniture asymétrique, même s'il s'agit d'une petite carte, les probabilités ne sont pas modifiées, car, dans la préface de l'un des livres de la série « testez votre bridge » de Kelsey (« probabilités et lecture des mains »), on lit sous la plume de Roudinesco :
Vous noterez que si les chances d'une impasse sont à priori de 50%, elles sont toujours un peu inférieures à posteriori, au moment où se pose le problème, puisque vous connaissez la carte fournie devant la fourchette. Ce pourrait être la carte recherchée ou un peu moins souvent une défausse, ces deux hypothèses supprimant toute option.

Ici l'instinct de Roudinesco est en alerte parce qu'il sent bien que la carte fournie devant la fourchette va être essentielle dans l'évaluation de la probabilité. Et il en explique la raison : si ce joueur fournissait la carte cherchée ou défaussait, cela doperait nos probabilités jusqu'à la certitude.
En fait, Roudinesco n'en a pas conscience mais cette vision des probabilités modifie de nombreux aspects de la théorie scientifique du bridge qu'il a contribué à développer notamment dans son « dictionnaire des maniements de couleurs ». Si nous ne devons justifier de l'adoption d'un maniement qu'une fois que le joueur no 2 (ou no 4) a fourni, de nombreux pourcentages cités par l'auteur tombent à l'eau.
Par exemple supposez que vous ayez à manier **AV109** pour **876,** vous partez du 8 et No2 présente le 2. Vous n'avez pas le droit de considérer que 3 sec , 4 sec , 5 sec étaient de possibilités compatibles avec cette donne. Alors que si vous spéculiez avant que No 2 ne fournisse, il était légitime de comptabiliser tous ces cas dans votre estimation de la probabilité. Dans une donne réelle , un seul petit singleton est possible chez No 2 et pas 4.
il en ira de même quand No 4 fournira la D. Non seulement il sera exclu qu'il ait un autre singleton que D sèche, mais il sera aussi exclu que No 2 ait l'une des combinaisons 2D , 23D , 24D , 2DR etc ... et ce serait une erreur de les comptabiliser dans une évaluation de la probabilité à ce stade. Or lorsqu'on évalue, dans la littérature classique, les chances d'un maniement de couleur, on spécule sur la conjonction de nos 2 mains et de l'une des combinaisons possibles chez les adversaires au début du coup et, en balayant tous les cas possibles, on comptabilise dans l'évaluation de la probabilité des combinaisons qui en fait sont mutuellement exclusives (par exemple 2 sec et 3 sec en Ouest, D en Ouest et D32 en Est) dans le déroulement réel d'une manœuvre de cartes.
Comme notre intérêt est de retarder au maximum le moment du choix au cours d'une manœuvre, les probabilités calculées au début du coup sont forcément fausses, (cela ne veut pas dire forcément que la manoeuvre conseillée n'est pas opportune). Mais si vous devez quantifier les chances de réussite d'un maniement de couleur, quel chiffre vous paraît le plus judicieux :
- le chiffre qui traduit le pourcentage de situations dans lesquelles votre maniement paraît opportun quand il est confronté à toutes les situations possibles dans toutes les donnes possibles ?
- le chiffre qui traduit le pourcentage de situations dans lesquelles votre maniement paraît opportun quand il est confronté à toutes les situations possibles dans la donne que vous êtes en train de jouer ?

Si ces 2 chiffres préconisent deux attitudes différentes, laquelle choisirez vous ?

Si seul le chiffre qui quantifie les chances de votre maniement dans la donne en cours vous paraît judicieux, quelle est l'utilité de l'autre ?
(Pour plus de précisions sur ce sujet voir l'article sur les maniements de couleurs.)

Donc si l'on suit Roudinesco, c'est que la fourniture d'une seule petite carte, même si on est obligé de la faire, peut modifier les probabilités au moment où elle est jouée. Mais pas au moment de l'entame. Car il n'est pas exclu qu'on entame de la ♠D mais on entamera rarement d'une chicane à pique. Je tâcherai de m'en souvenir.
Pourtant, si Ouest entame par exemple le ♦2, il est facile de vérifier, en distribuant les **26** cartes des flancs autant de fois qu'il sera nécessaire, que sur les cas où le ♦2 sera en Ouest, la ♠D sera en Ouest **12** fois sur **25** c'est-à-dire dans **48%** des cas. C'est donc que connaître une seule carte du jeu d'Ouest, quelle que soit sa hauteur, a un impact sensible sur les probabilités et qu'au bridge, à l'inverse de ce qu'affirme Borel, il n'existe pas de carte incolore, de carte qui ne nous apprenne rien. Une carte même petite, c'est au minimum un vingt - sixième de l'information totale dont nous avons besoin pour percer le mystère du flanc jusqu'à la certitude, et s'il arrive qu'une carte véhicule une information plus importante et permette de boucher plusieurs trous dans une main, (une défausse, une tête de séquence, une carte visiblement sèche) ce n'est pas aux probabilités que nous le devons mais aux règles ou aux conventions du bridge qui imposent certains comportements aux joueurs.

3 Autre curiosité née du délire de Borel :
Dans la donne où l'on entame le ♥R, toute carte inconnue (non localisée) a la même probabilité que la ♠D de se trouver dans la main d'Ouest ou dans celle d'Est.
Quiconque n'a pas encore appliqué les théories de la lutte des classes aux cartes à jouer devrait partager cette conviction qu'un bout de carton inconnu en vaut un autre dans les calculs de probabilités.
Or, d'après les 2 exemples cités par Borel :
Si la première levée dévoile toutes les cartes d'une couleur, toutes sont prises en compte dans le calcul, si la couleur n'est que partiellement dévoilée, on ne prend en compte que les grosses cartes et les petites comptent pour des prunes (ou plutôt elles nous donnent juste un renseignement sur le nombre maximum de cartes possédées par le joueur qui a fourni les grosses).
Donc :
● Si Est et Ouest se partagent **exactement 4 cœurs**, après la première levée, la probabilité que la ♠D en Ouest est **10/22**.
● Si Est et Ouest se partagent **plus de 4 cœurs**, après la première levée (qui pourtant a permis de localiser les mêmes cartes, le nombre de cartes non localisées restant le même) Borel nous dit que la probabilité recherchée n'est plus **10/22** soit **45,45%** mais un nombre situé entre **43%** et **45%.**
En somme
● vous prenez 26 cartes parmi lesquelles figurent 4 cœurs (♥RDV2), vous les distribuez des milliers de fois, entre Est et Ouest, vous comptez les donnes dans lesquelles ♥RDV sont dans une main et le ♥2 de l'autre. Parmi ces donnes, vous cherchez la proportion de celles qui situent la ♠D dans la main qui a ♥RDV . Vous trouvez **45,52%.**
● vous prenez les même 26 cartes, vous peignez un ou plusieurs petits piques, carreaux et trèfles en cœurs. Vous recommencez l'expérience, vous distribuez les mêmes bouts de carton des milliers de fois, vous comptez les donnes dans lesquelles ♥RDV sont dans une main et le ♥2 de l'autre. Parmi ces donnes, vous cherchez la proportion de celles qui situent la ♠D dans la main qui a ♥RDV . Cette fois vous trouvez une fréquence inférieure à **45%.** **43 ,77%** d'après Borel**.**
Renversant n'est ce pas ?
C'est donc que le troupeau des trèfles, des carreaux et des piques non localisés ne contribue pas à probabilité de la même façon selon qu'il est mélangé ou non à des cœurs non localisés.
22 cartes sont réparties **10–12** entre **2** flancs, si ce sont des piques des trèfles et des carreaux la probabilité d'une carte inconnue dans la main qui en a **10** est **45,45%,** si ce sont des piques, des

trèfles des carreaux et des cœurs, cette probabilité accuse une baisse sensible. Nous devons sûrement en déduire que les cœurs ne sont pas des bouts de carton comme les autres et qu'ils ont tendance à élire domicile plus fréquemment dans la main d'Ouest que dans celle d'Est (ce qui diminue la probabilité de la carte cherchée de s'y trouver).

Que devient votre sens de l'absurde ?
Peut – on compter sur lui pour nous sortir de ce mauvais pas ?

Voyons un peu :
Après la première levée, demandons à Ouest de séparer ses cartes pour en faire **2** groupes : un groupe avec ♥DV (que nous avons localisées) + le ♥R déjà fourni et un groupe avec les **10** cartes que nous n'avons pas encore localisées.

♥R	**♥D**	**♥V**											

D'après Borel, les chances de la ♠D d'être parmi ces **10** cartes est **43,77%.**
Désignons maintenant le dos de l'une des **10** cartes non localisées.

♥R	**♥D**	**♥V**					**X**						

Chacune des **10** cartes non localisées de la main d'ouest ayant la même probabilité d'être la ♠D, la probabilité que la ♠D soit justement la carte que nous désignons est **43,77** divisé par **10** = **4,377 %.**
Cette carte a donc **4,377%** de chances d'être la ♠D ou le ♦2 , ou le ♥3 ou le ♣4 ou n'importe laquelle des **22** cartes non localisées.
On en déduit que la probabilité que cette carte soit la ♠D **OU** le ♦2 **OU** le ♥3 **OU** n'importe quelle carte non localisée est à la fois
22 fois **4,377%** ou **100%** puisque c'est **une certitude** que cette carte est l'une des cartes non localisées.
Donc d'après Borel 96,3% = 100%.
Sa conception des probabilités au bridge déboucherait – elle sur une absurdité ?
Faisons maintenant le même calcul en supposant que la probabilité de la ♠D en Ouest est **10/22** : quand on divise par **10** et qu'on multiplie par **22** un miracle de la science nous permet de trouver **1** qui est bien la probabilité de la certitude. ouf !
C'est donc que la probabilité de la ♠D en Ouest est bien **10/22** soit **45,45%** et pas **43,77%.**
Et nous pouvons en déduire que le calcul de Borel est incompatible avec l'un des axiomes des probabilités: la probabilité de la certitude doit être 1 (ou si l'on veut 100%).

4 En fait, il est patent que dés lors que Borel viole la nature, en faisant comme s'il n'avait pas vu ce petit cœur, il va obligatoirement accoucher d'une loi bâtarde que les mathématiques désavoueront forcément.
Non seulement, comme nous venons de le démontrer, l'affirmation de Borel est en flagrante contradiction avec l'un des principes fondateurs des probabilités (la probabilité de l'évènement certain doit être égale à 1), non seulement elle galvaude l'éthique scientifique et la logique en général en nous recommandant de fermer les yeux sur une évènement avéré, mais nous allons voir qu'elle viole l'un des concepts fondamentaux sur lequel s'appuie le calcul de probabilités : le concept de **possible**.
Les probabilités P1 et P2 calculées par Borel ont toutes le même dénominateur : le nombre de distributions possibles pour Est ou Ouest.
Si l'on supprime ces dénominateurs, en quoi consiste le ratio, la probabilité calculée par Borel ?
● Au numérateur on a le nombre de cas favorables à l'hypothèse dont il veut mesurer la probabilité.
Il s'agit du nombre de mains contenant ♥RDV et la ♠D et comptant au plus 6 cartes à cœurs.
● Au dénominateur on a le nombre de cas possibles à savoir .
Le nombre de mains contentant ♥RDV et comptant au plus 6 cartes à cœurs.

Donc la probabilité évaluée par Borel est la probabilité initiale pour qu'une main contenant ♥RDV et moins de 7 cartes à cœur contienne la ♠D.
Voici donc, aux yeux de Borel une main à la fois possible et favorable à l'hypothèse dont il calcule la probabilité:

♠ D97 ♥ RDV52 ♦ 872 ♣ 94

il ne fait aucun doute que sous réserve que les petits piques, les petits carreaux et les petits trèfles fassent bien partie des cartes inconnues possédées par Est – Ouest dans cette donne, cette main a été comptabilisée par Borel, aussi bien dans les mains possibles que dans les mains favorables.
À votre avis : dés lors qu'Est a fourni le ♥2 à la première levée, une telle main est elle **possible** en Ouest à la fin de la première levée ?
Si vous répondez NON c'est que nous sommes d'accord sur le sens du mot « possible », il est impossible que ce ♥2 soit situé à la fois en Ouest et en Est.
Le dénombrement des mains réalisées par Borel est donc impropre à caractériser une probabilité à l'instant où l'on sollicite son calcul et donc la probabilité qu'il calcule ne s'applique absolument pas à la situation qui est la nôtre dans cette donne.

Quand je pense que la remarque du bel Emile avait pour objet d'éviter une confusion possible !!!
C'est réussi.
En fait, Borel nous raconte n'importe quoi.
Et en plus il le fait sur un ton péremptoire, sans même prendre la peine de cautionner ses dires sur le plan mathématique, sans même essayer de se justifier en utilisant les règles de la matière qu'il a en charge d'enseigner. sa seule justification est d'agir au nom de son sens de l'absurde, qui n'est visiblement pas le nôtre, et aussi si on en juge par ce ton paternaliste qu'il adopte souvent, au nom de l'autorité que lui confère sa chaire de probabilités. Visiblement, il s'adresse à des êtres « inférieurs », ou en tous cas, moins aptes que lui à comprendre les choses des probabilités.
Science et suffisance font rarement bon ménage.

Voyons maintenant si Borel est plus heureux dans le calcul des probabilités de partage.

Emile Borel et André Chéron. Théorie mathématique du bridge à la portée de tous. Paris 1940.

Deux erreurs de raisonnement à éviter.

88. La première erreur. Supposons que Sud (le demandeur) et Nord (le mort) aient ensemble les 9 plus grands carreaux.

Il reste donc à Ouest – Est les 4 plus petit ◆ : 2 ;3 ;4 ;5.

Ensuite Borel « barbouille les carreaux en vert » et fait la constatation suivante :

Avant la première levée les probabilités de partage sont les suivantes :

2–2	**40,7%**
3-1 ou 1-3	**49,7%**
4-0 ou 0-4	**9,6%**

À la première levée Ouest entame du ◆2 et Ouest fournit le ◆3.

Après la première levée si on calcule les probabilités de partage des 2 carreaux restants selon le même procédé on trouve

1-1	**52,2%**
2-0	**47,8%**

Et Borel poursuit ainsi :

Mais une contradiction flagrante nous saute immédiatement aux yeux.

Avant l'entame les 4 carreaux étaient répartis 3-1 ou 1-3 (49,7%) plus souvent que 2-2 . (40,7%)

Et il suffirait que Ouest et Est jouent chacun un petit carreau pour que les 2 carreaux restants soient plutôt répartis 1-1 (52,2%) que 2-0 ou 0-2 (47,8%). De toute évidence un des résultats est faux.

(...)

D'autre part comme nous n'avons commis aucune erreur de calcul en obtenant 52,2% et 47,8%. Comme ces deux dernières probabilités impliquent une absurdité manifeste, c'est que le raisonnement par lequel elles ont été obtenues est incorrect. Il n'y a pas d'autre explication possible. C'est là une vraie démonstration par l'absurde.

La faute de raisonnement qui a été commise est la suivante : Si après la 1ere levée les 24 cartes du côté Ouest – Est étaient réunies en un seul paquet, battues et mêlées soigneusement, puis redistribuées 12 à Ouest et 12 à Est, alors il serait vrai que les 2 petits carreaux se répartiraient entre Ouest et Est 52,2% pour le 1-1 et 47,8% pour le 2-0. Mais les cartes ne sont pas reprises, battues et redistribuées après la première levée. Elles sont battues une seule fois avant la donne. Le hasard n'intervient qu'avant la donne. Dés que le jeu de cartes a été coupé, le hasard a prononcé sa sentence irrévocable. C'est uniquement avant la donne que le calcul doit établir la probabilité d'entrée de jeu des diverses possibilités.

(...)

Après la distribution des cartes, les combinaisons de cartes, fixées par les lois du hasard ne peuvent plus changer puisque les cartes ne sont plus reprises aux joueurs. Le calcul de probabilités, qui sera appliqué par la suite, au fur et à mesure du déroulement du coup, ne peut plus avoir pour objet que de déchiffrer quelles étaient les combinaisons initiales.

Les déclarations, d'abord, l'entame et le jeu de la carte ensuite, nous fourniront des renseignements de plus en plus précis desquels nous tiendront compte en éliminant les hypothèses incompatibles avec ce que nous avons appris ; mais qui avaient dû être envisagées comme possibles au début, dans les calculs faits avant la donne. Nous aurons aussi à tenir compte de la psychologie des joueurs, c'est à dire de la probabilité des causes. Nous nous demanderons, en supposant que tel joueur a bien reçu telle combinaison donnée de cartes, quelle est la probabilité pour qu'il joue comme il a joué. Et l'application de la formule de Bayes nous permettra enfin de remonter à la véritable probabilité à posteriori : celle que l'effet observé soit bien du à la cause.

À la suite de quoi Borel nous explique que tout ce que nous a appris la 1ere levée c'était que les carreaux n'étaient pas 4-0 moyennant quoi il calcule ainsi la probabilité pour que les carreaux soient 1-1 après la première levée :

$$P(\ 1\text{-}1 \text{ aprés } 1\text{ere levée}) = \frac{P(\ 2\text{-}2 \text{ avant } 1\text{ere levée})}{P(\ 2\text{-}2 \text{ avant } 1\text{ere levée}) + P(\ 3\text{-}1 \text{ avant } 1\text{ere levée})} = 45\%$$

Ce qui signifie que le rapport entre les cas de 1–1 et les cas de 2–0 est hérité du rapport entre les cas de 2-2 et les cas de 3-1 avant la fourniture de 2 cartes de la couleur et que ce rapport est conservé tant que d'autres cartes ne seront pas fournies.

Et il ajoute que la relation entre les probabilités aux différents stades est bien celle « exigée par le bon sens comme par le calcul ».

Etonnante la conception de l'absurde chez Emile Borel !
Consternante même !
Démontrons maintenant par le non – absurde que c'est le sens de l'absurde de Borel qui se révèle absurde :

1 Voyons, en tant que mathématicien chargé d'enseigner les probabilités, Borel devrait savoir que **la probabilité** que les deux carreaux restants (le ♦4 et le ♦5) soient partagés 1–1 **SACHANT** qu'Ouest a par exemple le ♦2 et qu'Est a le ♦3 **<u>existe avant même que n'ait débuté le jeu de la carte</u>**.
C'est une probabilité que l'on note **P(A \ B)** , probabilité de **A** sachant **B,**
où **A** est l'évènement « **le ♦4 et le ♦5 sont partagés 1–1** » et **B** est l'évènement « **le ♦2 est en Est et le ♦3 est en Ouest** ».
Non seulement cette probabilité existe mais on peut la calculer de deux façons :
1) On se situe dans l'ensemble des mains possibles avant que débute le jeu de la carte. On compte les mains dans lesquelles le ♦2 et le ♦3 sont chacun dans une main précise. Ce seront les mains possibles une fois que la condition sera appliquée à l'ensemble de référence.
Parmi elles on compte les mains qui voient les carreaux restants partagés 1–1. on fait leur ratio : **52,2%.**
2) Il existe même une formule pour calculer **P(A \ B)** à partir de probabilités « élémentaires » calculées avant que ne débute le jeu de la carte :

$$P(A \backslash B)) = \frac{P(A \text{ et } B)}{P(A)}$$

A est l'évènement « **♦2 en E , ♦3 en O** »
probabilité 13/26 multiplié par 13/25 (26%)
A et B est l'évènement « **♦2 en E , ♦3 en O , ♦4 en E , ♦5 en O** **OU** **♦2 en E , ♦3 en O , ♦5 en E , ♦4 en O** ».
probabilité 2 fois 13/26 multiplié par 13/25 multiplié par 12/24 multiplié par 12/23.
Résultat : **P(A \ B)** = 12/23 = **52,2%** .

Nous devons donc nous poser la question suivante :
Si la probabilité que les carreaux restants soient partagés 1-1, quand on suppose le ♦2 et le ♦3 eux-mêmes partagés 1-1, si cette probabilité existe <u>avant que ne débute le jeu de la carte</u> et qu'elle est évaluée à 52%, pourquoi Borel s'étonne – t –il que la probabilité qu'il calcule <u>après la première levée</u>, quand le ♦2 et le ♦3 se sont avérés partagés 1–1 soit de 52% ?
N'est ce pas le contraire qui serait absurde ?

2 Voyons maintenant autre chose : dans son livre, Borel nous donne la probabilité pour qu'une couleur de 2 cartes du flanc soit partagée **1-1** avant que ne débute le jeu de la carte. Cette probabilité est de **52%**.
Borel ne nous le dit pas, mais cette probabilité est valable pour n'importe quel groupe de 2 cartes et pas seulement pour 2 cartes formant la totalité d'une couleur.
Par exemple s'il nous manque la ♠D et le ♥8 avant que ne débute le jeu de la carte, la probabilité pour qu'ils soient chacun dans un flanc est **52%**.
D'ailleurs tout à l'heure quand on cherchait la probabilité de « **♦2 en E , ♦3 en O** » , on trouvait bien **26%**. La probabilité de la moitié de l'évènement 1–1 est égale à la moitié de la probabilité de l'évènement 1-1. Les probabilités sont cohérentes.
Donc, si on se demande **<u>au début du coup</u>**, quelle est la probabilité pour que le ♦5 et le ♦4 soient partagés 1-1, on trouve **52%**.

Et bien sûr, **au début du coup**, la probabilité pour que le ♦5 et le ♦4 (ou 2 cartes quelconques) soient partagés 2-0 est **48%**.

Alors est – il si étonnant qu'à la fin de la première levée, quand Est et Ouest on fournit le ♦2 et le ♦3 , (mais ils auraient pu fournir n'importe quelles autres cartes que cela ne changerait rien), la probabilité de trouver nos 2 cartes 1-1 soit passée de 52% à 52,2% ?
Ne serait – il pas plus étonnant que conformément au calcul de Borel cette probabilité passe de 52% à 45%, tandis que la probabilité de trouver nos 2 cartes 2–0 passerait de 48% à 55% ?
Fournir 2 cartes qui n'ont rien à voir avec les nôtres pourrait – il inverser le rapport initial des probabilités de partages de 2 cartes inconnues?
Dans la proche banlieue d'un trou noir, peut être, mais dans le bon vieil espace Euclidien qui est le nôtre, en notre doulce France, sur notre bleue planète, et même dans les abords immédiats de notre système solaire, de telles choses, heureusement, ne se produisent jamais.

3 Supposons que l'on fasse le même calcul à la fin de la 12^{e} levée et qu'à ce moment là il ne reste que ces 2 carreaux en jeu, la probabilité de les trouver 1-1 ne serait elle pas de **100%** ? Si, bien sûr.
Situons nous maintenant à la fin de la 11^{e} levée, il ne reste en jeu que nos deux carreaux (le 4 et le 5) et deux petits piques (le 2 et le 3).
Toutes les possibilités pour composer la main d'Ouest sont
♠2♠3 , ♠2♦4 , ♠2♦5 , ♠3♦4 , ♠3♦5 , ♦4♦5 .
Parmi ces 6 possibilités, 4 correspondent aux carreaux 1-1 et 2 aux carreaux 2-0.
Si toutes sont équiprobables, la probabilité des carreaux 1–1 est 2/3 soit **66,6%**

Pour trouver comme le propose Borel 45%, il faudrait que ces répartitions ne soient pas équiprobables.
pourquoi diable ne le seraient – elles pas ?

En bref, on voit se dessiner une trajectoire de la probabilité des carreaux 1–1 qui va évoluer naturellement au cours de la donne, de **52%** (avant qu'aucune carte ne soit jouée) jusqu'à **100%** après l'avant dernière levée, selon une loi générale (que j'appelle « **loi de compression** ») qui postule que plus on avance dans la donne, plus les répartitions équitables deviennent probables au détriment des répartitions les moins équitables. Si la probabilité du partage 1–1 est appelée à augmenter en cours de jeu, il est impossible que comme le propose Borel, elle passe de 52% à 45% et qu'elle soit encore 45% à la 11^{e} levée ce qui est forcément le cas si on la calcule au prorata de ce qu'étaient les partages de 4 cartes au début du coup, la somme des probabilités des partages restants étant ramenée à 100%.

4 Enfin, pour donner le coup de grâce à l'interprétation de Borel, déjà moribonde, intéressons nous à sa vision en fréquence qui motive son invocation de l'absurde.
Pour cela, imaginons les carreaux partagés **3–1** avant le début du coup.
Nous écrirons toutes les possibilités de partage sous la forme **(Est | Ouest)** et en **rouge** nous indiquerons celles qui sont **compatibles avec 2 en Est et 3 en Ouest**.
(2 | 345) (3 | 245) (4 | 235) (5 | 234) (345 | 2) (245 | 3) (235 | 4) (234 | 5)
2 combinaisons compatibles sur 8 seulement soit **1/4** des combinaisons
Procédons de même avec les carreaux **2–2**.
(23 | 45) (24 | 35) (25 | 34) (34 | 25) (35 | 24) (45 | 23)
2 combinaisons compatibles sur 6 soit **1/3** des combinaisons.
Donc après que 2 et 3 ont été fournis, il ne reste que **1/4** des **49,7%** de combinaisons 3-1 pour faire des **2–0** soit **12,42%**
tandis qu'il reste **1/3** des **40,7 %** de 2-2 pour faire des **1–1** soit **13,57%**

Est – il si étonnant qu'après la première levée, on ait les carreaux plus souvent partagés 1–1 que 2–0 ?
Un élève du cours moyen deuxième année moyennement doué pour les maths nous dirait que non !
D'ailleurs en faisant le ratio des uns et des autres, on trouve **52,2%** pour les 1–1.
Surprenant non ?
Surprenant que Borel trouve ce fait absurde.
Mais en fait, c'est la logique même de l'enchaînement des possibles d'une levée à l'autre qui en est la cause.
De plus, il est vrai que les 2 évènements : « **♦2 en E , ♦3 en O** » et **« ♦4 et ♦5 partagés 1–1 »** ne sont pas indépendants puisque la probabilité de **« ♦4 et ♦5 partagés 1–1 »** n'est pas la même selon que l'autre évènement est réalisé ou non.
Mais l'évènement **« ♦4 et ♦5 partagés 1–1 »** n'est pas particulièrement dépendant de **cet** évènement, **il est dépendant de tout évènement localisant un couple de cartes quelconques** et c'est abusivement que Borel veut nous faire croire que les carreaux, du fait qu'ils forment une couleur seraient plus liés entre eux que n'importe quel autre groupe de 4 cartes.
C'est là que réside l'escroquerie.

Voyons maintenant comment de nos jours, Roudinesco décline sa leçon sur les places vacantes et les partages :

J.M. Roudinesco. Préface à « Tester votre bridge. Les probabilités / La lecture des mains » de Hugh Kelsey. 1984.
Détermination des places vacantes.
Cartes connues et inconnues.
Commençons par un exemple.

SUD	NORD	Sud	Nord
♠ AR1094 ♥ V93 ♦ A5 ♣ R104	♠ D752 ♥ 1064 ♦ R62 ♣ AV3	1♠ 4♠ Sud donneur	3♠ Fin

Ouest entame du ♥8. Est encaisse ARD de cœur – Ouest défaussant le ♦3 – et rejoue pique.
Vous purgez les atouts, qui sont 2–2. Où allez vous chercher la dame de trèfle ?
À ce stade vous connaissez deux cœurs et deux piques en Ouest (9 places vacantes) contre cinq cœurs et deux piques en Est (6 places vacantes).
Pourtant vous pouvez nommer le ♦3 dans le jeu d'Ouest. Sur le plan du calcul c'est une carte considérée comme inconnue.
Qu'Ouest ait défaussé une de ses nombreuses cartes inutiles que vous lui connaissez ne constitue pas un fait nouveau modifiant les probabilités de localisation d'une carte déterminée de cette couleur ou d'une autre.
Les défausses ne doivent être prises en considération que lorsqu'il ne reste qu'une carte inconnue dans la couleur.
La même règle s'applique aux cartes fournies par les flancs dans leurs couleurs longues.
Ouest a donc 9 chances sur 15 (60%) de détenir la ♣D, mais ce serait une erreur de tenter immédiatement une impasse sur la disparité que vous avez constatée à cœur. (...)
Vous devez encaisser vos 2 carreaux et couper le 3e. Supposez que les deux flancs fournissent, la dame tombant en Est. Cette fois il ne reste plus qu'un carreau dehors et tous ceux que vous connaissez contribuent à la détermination des places vacantes. Il en reste 3 en est contre 5 en Ouest et vos chances de lui trouver la dame sont passées à 62,5%.
Bien entendu, si Est n'avait pas fourni au 3e tour de carreau, il serait devenu favori à 4 contre 3 pour détenir la dame de trèfle dans une couleur dont vous aviez le compte exact.

Le fait que des petits trèfles auraient pu être défaussés en cours de route ne change rien à des probabilités qui sont et restent initiales.

Les choses sont différentes lorsqu'une manœuvre vous donne un compte partiel d'une couleur où il vous manque peu de cartes. par exemple vous tirez l'as d'une couleur où vous avez 8 cartes par ARD et les deux flancs fournissent. Vous avez éliminé les deux partages 5–0 et cela devient une donnée du problème.
La probabilité relative des deux partages restants possibles ne varie pas mais leur total doit être ramené à 100%.
3–2 = 70,61% et 4–1 = 29,39%.
l'influence sur les autres partages est pratiquement nulle et doit être négligée. En revanche, si les 2 flancs fournissent au second tour, il ne reste qu'une carte dehors et vous devez vous fonder sur une réduction équilibrée du champ (11–11 au lieu de 13–13).

On retrouve bien sûr les mêmes erreurs que dans Borel.
Mais Roudinesco n'est pas un mathématicien. C'est un joueur de haut rang, un pédagogue et un auteur qui a voué sa vie au bridge et réussi à passionner par ses écrits et ses chroniques des générations entières de bridgeurs.
Ici, il se contente de transmettre fidèlement ce que lui ont transmis les générations précédentes.

1 Il y a encore ce ♦3 qu'on ne voit pas. Les probabilités sont la science du possible ! Comment voulez vous construire une main possible en Ouest qui ne contienne pas le ♦3 ? Aucune science digne de ce nom ne peut vous demander de fermer les yeux sur un fait avéré.
Le ♦3 occupe une place à part entière dans la main d'Ouest et sa localisation diminue le nombre de places vacantes de la main, comme n'importe quelle autre carte localisée.

2 Il y a cette règle absurde des défausses qu'on ne prend en considération que lorsqu'il ne reste qu'une carte dans la couleur.
Atout pique, 10 atouts en Nord Sud. Le flanc entame cœur, le déclarant en Sud prend et joue 3 fois pique. Est fournit ses 3 piques et Ouest qui est chicane dans la couleur défausse 3 petits carreaux. À ce stade quelle est la probabilité de la ♣D en Ouest ?
Nous en sommes là :

♥2	♦2	♦3	♦4										**OUEST**
♥3	♠2	♠3	♠4										**EST**

D'après la règle que nous venons de citer, les 2 petits cœurs fournis par les flancs à la première levée ne comptent pas (pas vus).
● **Si initialement les flancs avaient 5 carreaux**, les 3 carreaux fournis ne comptent pas non plus, il y aurait 13 places vacantes dans le jeu d'Ouest (bien qu'on ait localisé 4 de ses cartes) et 10 places vacantes dans le jeu d'Est , donc la probabilité de la ♣D en Ouest serait **13/23** soit **56%**.
● **Si initialement les flancs avaient 4 carreaux**, il n'en reste qu'un dehors, les 3 carreaux fournis sont pris en compte, il y aurait 10 places vacantes dans le jeu d'Ouest et 10 places vacantes dans le jeu d'Est , donc la probabilité de la ♣D en Ouest serait **10/20**. soit **50%**.
● **Si initialement les flancs avaient 4 carreaux**, mais qu'Ouest fournisse autre chose que 3 carreaux durant ses 3 défausses, la probabilité redevient **56%**.
Le plus curieux dans cette affaire c'est que les tenants de cette façon de voir invoquent la grande liberté de choix du joueur qui défausse pour prétexter que les petites cartes défaussées ne comptent pas. Mais, (paradoxe !) , dans le dernier exemple on voit que la probabilité calculée par ces petits plaisantins peut varier du tout au tout selon que le joueur défausse 3 petits carreaux ou 2 petits carreaux et un petit cœur par exemple.
Les petites cartes ne comptent pas dites vous ? Savez vous combien de combinaisons de 13 cartes on peut attribuer à Ouest avant que ne débute le jeu de la carte ? **10 400 600** .

Et savez vous combien de combinaisons on peut lui attribuer une fois qu'on lui connaît le ♦2 ? **5 200 300** , soit exactement la moitié.
Une carte connue 5 millions de possibilités en moins. Votre mépris des petites cartes est – il toujours le même ? En tous cas les mathématiques ne sont pas de cet avis.
Dur pour un bridgeur d'admettre que les probabilités ne connaissent la notion de couleur que si on leur impose de s'intéresser à elle.
En fait ce lien entre les cartes que constitue leur couleur, de même que leur hauteur, est arbitraire et du point de vue des calculs, il est équivalent de s'intéresser à une couleur de **n** cartes ou à un groupe arbitraire de **n** cartes quelconques si elles ont le même statut du point de vue de la connaissance. En fait sur le plan du calcul, le seul caractère qui importe pour une carte est **sa localisation**.
Bien sûr, les règles du bridge font que l'appartenance à une couleur ou le rang de la carte fournie nous permettent quelquefois de localiser des cartes par un autre procédé que la fourniture mais là s'arrêtent le privilèges liés au rang ou à la couleur.

● Quand à la 2e levée vous découvrez la chicane à pique, en Ouest, vous avez localisé 2 cartes en Ouest (un cœur et un carreau) et 4 en Est (un cœur et 3 piques), la probabilité de la ♣D en Ouest est donc 11/20 soit **55%**.
● À la 3e levée, Ouest fournit son 2e carreau et Est un 2e pique déjà localisé. Vous en connaissez un peu plus sur le jeu d'Ouest mais l'information que vous avez sur le jeu d'Est n'a pas progressé. la probabilité de la ♣D en Ouest est passée à 10/19 soit **53%**.
● Et à la 4e levée, lorsque Ouest fournit son 3e carreau, et Est le 3e pique qu'on lui connaissait déjà, c'est fini, il n'y a plus aucune dissymétrie dans la connaissance des mains, le sac de chaque joueur contient 9 places vacantes, la probabilité de la ♣D en Ouest est devenue **50%**.

Navré d'avoir aussi rapidement réduit à néant l'avantage que vous donnaient les probabilités dans la recherche de cette dame, mais les choses sont ainsi. Si vous tirez des milliers de donnes où Ouest est chicane à pique avec ♦234 (les carreaux qu'il a défaussé), ce qui est la seule expérience en fréquence permettant de contrôler la probabilité dans cette donne, vous trouverez que la ♣D est en Ouest dans 50% des cas.
Observons cependant que Roudinesco, au contraire de Borel, ne corrige pas sa loi des places vacantes sulfureuses (sulfureuses à cause du caractère ectoplasmique de certaines petites cartes) par une incohérence supplémentaire du type : « tout ce que nous ont appris ces 3 carreaux c'est qu'ils n'étaient pas 2 en Ouest – le reste en Est ». Heureusement parce les calculs deviendraient d'un compliqué !

3 il y a cette mauvaise règle qui prétend que si vous découvrez en cours de jeu que les trèfles sont **4** en Ouest et **3** en Est, la probabilité de la dame en Ouest sera **4/7** même quand Ouest aura défaussé un petit trèfle.
Il est vrai qu'au moment où l'on apprend que les trèfles sont **4–3** la probabilité de la ♣D dans la main qui en a 4 est 4/7 (soit **57%**).
La règle est simple : la probabilité d'une carte est évaluée au prorata des places vacantes **au sein plus petit ensemble de cartes inconnues** (non localisées) **la contenant, dont on connaît le partage**. Si ce sont les trèfles, va pour les trèfles.
Mais quand Ouest défausse un trèfle, le plus petit ensemble de carte inconnues contenant la ♣D est maintenant partagé **3-3**, le sac de chaque joueur présente la même aptitude à contenir la dame et donc sa probabilité chez l'un ou chez l'autre est devenue **50%**.

D'ailleurs, supposez qu'il ne reste plus qu'une carte à chaque joueur et que les trèfles soient devenus **1–1**, l'un d'eux étant la ♣D et l'autre le ♣2. Allez vous toujours prétendre que la probabilité de trouver la ♣D en Ouest est **57%** sous prétexte que les trèfles étaient initialement partagés **4–3** ? Croyez vous que les trèfles gardent la mémoire de ce qu'était leur distribution au

début du coup ? Mais dans ce cas la probabilité du **♣2** en Ouest devrait, elle aussi, être de **57%** (ce qu'elle était au début du coup). Et donc, comme les deux évènements sont incompatibles, (du fait qu'il n'y a qu'une place unique en Ouest), en vertu de la propriété fondamentale qui définit la probabilité de la réunion de 2 évènements incompatibles comme la somme de leurs probabilités, on peut dire que la probabilité pour que l'une ou l'autre de ces cartes occupe la seule place disponible en Ouest est de **114%**.
Ce qui montre à quel point les certitudes découlant de votre méthode d'évaluation de la probabilité sont plus solides que la moyenne des certitudes!

Votre défaut est toujours le même, pour évaluer la probabilité vous tirez des milliers de donnes où les trèfles sont 4–3 et vous trouvez une fréquence de **57%** pour la ♣D en ouest.
Mais tirez donc des milliers de donnes où les trèfles sont 4–3 avec le ♣2 en Ouest dans la main qui en a 4 et vous verrez que la fréquence de la ♣D en Ouest devient **50%**.
Quand vous tirez des donnes vous ne pouvez pas prendre en compte certains renseignement appris en cours de jeu (les trèfles étaient 4–3) et en négliger d'autres (le ♣2 fait partie de ces 4 trèfles). En matière de probabilités, tous les renseignements que nous apprend la donne doivent être exploités pour circonscrire le champ des possibles, sinon vous galvaudez la logique en lui cachant la vérité et votre attitude s'apparente à une tricherie.
Ces recommandations sont d'ailleurs rendues incontournables par une règle dite « loi de la classe la plus restreinte ».
La loi mathématique dit qu'**en statistique la probabilité d'un individu présentant plusieurs caractères de vérifier une hypothèse est assimilable à la fréquence avec laquelle l'hypothèse est vérifiée dans la classe la plus restreinte contenant cet individu**.

● **En matière de bridge**

● **l'individu** au sens statistique est **la donne** ou **la main** (au stade du jeu de la carte une main du flanc fixe par déduction la main de l'autre flanc et donc, équivaut à une donne), mais on pourrait tout aussi bien prendre **la carte** en restant compatible.

● **les caractères** sont les choses que l'on a apprises ou que l'on projette sur les mains et qui les caractérisent (les mains qui contiennent le ♠A et le ♥3...., les mains qui contiennent 5 piques, les mains qui contiennent moins de 3 points, les mains avec chicane cœur...)

● **les classes** sont les ensembles de mains au sein desquelles on peut évaluer la fréquence de l'hypothèse considérée .

Les lois de la distribution aléatoire supposent que toute main possible est équiprobable à une autre, ce qui signifie que la probabilité d'un sous ensemble est proportionnelle à son effectif.
Tout ensemble de mains dotées d'un ou plusieurs caractères communs, est précisément dénombrable, en tant que sous – ensemble de toutes les mains possibles, et on peut calculer en son sein la fréquence de n'importe quelle hypothèse. Tout ensemble de mains constitue donc une classe dont on peut précisément dénombrer l'effectif, soit en comptant ses « individus » un à un, soit (pour aller plus vite) en utilisant les procédés de l'analyse combinatoire.
La probabilité d'une hypothèse est égale au rapport de l'effectif de l'ensemble des mains possibles vérifiant cette hypothèse par l'effectif de toutes les mains possibles.
Toute expérience statistique basée sur un grand nombre de tirages, doit reproduire les données numériques et les proportions déduites de l'étude théorique (du calcul) de l'ensemble des mains résultant d'une distribution aléatoire supposée parfaite (le référentiel).
Une donne ou une main appartient donc à plusieurs classes en fonction des caractères qu'on lui prête : la classe des donnes où les trèfles sont 4–3 . La classe des donnes où les trèfles sont 4–3 avec le ♣2 en Ouest. Ces classes sont constituées d'un certain nombre de mains. On peut précisément les compter et compter en leur sein les mains, par exemple, qui contiennent la ♣D.
Les lois de la distribution aléatoire induisent les répartitions statistiques. On est dans le domaine des **lois statistiques « induites »**. (les lois statistiques qui résultent de l'application d'un mécanisme de différenciation bien connu).

● **En matière de lois statistiques « déduites »**, les probabilités découlent de mesures de fréquences dans des classes déterminées à partir de certains paramètres qu'on suppose influents. Ces mesures doivent obéir à des règles déontologiques précises.
Par exemple, on n'a le droit de parler, de **la classe des malades dont l'âge est compris entre 30 et 40 ans** (caractère) **guéris de la tuberculose** (hypothèse dont on veut mesurer la probabilité) que si l'ensemble des malades en question est assez nombreux pour que la mesure de la fréquence de guérison en son sein soit significative dans le cadre de notre étude (intervalle de confiance réduit).
Si c'est le cas, en supposant que la fréquence de guérison mesurée dans cette classe soit **80%,** on dira que la probabilité d'une guérison est **80%** pour un malade ayant entre 30 et 40 ans.
Supposez maintenant qu'il existe aussi une **classe des malades de sexe féminin dont l'âge est compris entre 30 et 40 ans guéris de la tuberculose** et que la fréquence de guérison au sein de cette classe soit **85%.**
Si vous devez évaluer la probabilité pour qu'une femme de **35** ans guérisse de la tuberculose, quel chiffre prendrez vous : **80%** ou **85%**?
85% évidemment car la classe la plus restreinte contenant notre sujet est celle des malades de sexe féminin et qu'on est fondé de penser que la différence entre les fréquences mesurées indique qu'il est plus probable de guérir de la tuberculose quand on est une femme que quand on est un homme (ou un malade de sexe indifférent).

Si vous consentez à appliquer la loi que nous venons d'énoncer, vous ne mettrez pas en doute que la classe la plus restreinte contenant notre donne est celle où toutes les cartes que l'on connaît sont situées comme dans notre donne.
Et en particulier que la classe où les trèfles sont 4–3 avec le ♣2 dans la main qui en a 4 est plus restreinte que la classe où les trèfles sont 4–3. Et qu'en conclusion, dés lors que nous avons situé ce ♣2, c'est à la fréquence de la ♣D dans la classe où les trèfles sont 4–3 avec le ♣2 dans la main qui en a 4 qu'il faut amalgamer la probabilité dans notre donne.

4 Et enfin, il y a cette règle qui postule que si les adversaires se partageaient 5 cartes d'une couleur au début du coup, quand il n'en reste que 3 et que le partage 5–0 disparaît du paysage des possibles, la probabilité des partages restants (2–1 et 3–0) doit être calculée au prorata de ce qu'étaient les partages 3–2 et 4–1 au début du coup, la somme des probabilités étant ramenée à 100%.
On retrouve la situation décrite précédemment par Borel, sauf que dans son exemple, la longueur initiale était de 4 cartes (réduite à 2) alors qu'ici elle est de 5 cartes (réduite à 3).
Bien sûr l'affirmation de Roudinesco est fausse. Elle découle de la même vision étroite des mécanismes d'évolution des possibles que nous avons dénoncée chez Borel, elle débouche sur les mêmes incohérences et s'expose aux mêmes critiques.
Nous ne reviendrons pas dessus.
.
Les probabilités doivent être recalculées à chaque stade en dénombrant les cas possibles et les cas favorables à chaque partage.
Quand **2** cartes ont disparu d'une couleur de **5** cartes, c'est à ce qu'étaient initialement les probabilités de partage des **3** cartes restantes que nous devons nous référer : 2-1 : **78%** et 3-0 : **22%**. (Et non pas **70,6%** et **29,4%** comme le propose Roudinesco).
Mais dans la réalité, les fréquences initiales du partage de 3 cartes devront subir de légères corrections au fur et à mesure que la donne traînera en longueur et ces corrections verront augmenter la probabilité du partage 2–1 au détriment de la probabilité du partage 2–0.

La probabilité des partages les plus équitables augmente au détriment des partages les moins équitables selon une loi que nous appelons « **loi de compression** » car tout se passe comme si, au fur et à mesure que l'espace dévolu à la couleur dans les places vacantes diminue, cette couleur était comprimée de façon à en faire un tas de plus en plus homogène, c'est-à-dire un tas où les partages « les plus exotiques » sont de moins en moins favorisés.

Pour donner un exemple, au début du coup les probabilités de partage de 5 cartes sont
3–2 : **67,8%** | 4-1 : **28,3%** | 5-0 : **3,9%**
Supposons que vous vous intéressiez au partage de 5 carreaux au moment où il reste 4 cartes dans chaque flanc (5 carreaux et 3 piques).
Le partage 5-0 des carreaux a disparu du paysage des possibles.
Si l'on devait considérer que les proportions respectives des 3–2 et 4-1 n'avaient pas bougé on trouverait **70,6%** pour les 3–2 et **29,4%** pour les 4–1. Mais en fait, voilà comment il faut procéder :

● Avec les carreaux 3–2 nous pouvons obtenir les combinaisons suivantes pour la main qui en a 3

♦	♦	♦	♠

Les 3 carreaux parmi 5 peuvent être combinés de 10 façons.
Le pique parmi 3 peut être combiné de 3 façons.
Donc en tout 10 x 3 = 30 combinaisons possibles pour 3 carreaux et 1 pique dans un flanc donné.
60 combinaisons possibles pour les carreaux 3–2 ou 2–3.

● Avec les carreaux 4–1 situons nous dans la main qui en a un :

♦	♠	♠	♠

Le carreau parmi 5 peut être combiné de 5 façons.
Les piques étant au complet ils forment une combinaison unique.
Donc en tout 5 x 1 = 5 combinaisons possibles pour 1 carreau et 3 piques dans un flanc donné.
10 combinaisons possibles pour les carreaux 4–1 ou 1–4..

Donc à ce stade :
● la probabilité des carreaux **3–2** est 60/70 = **85,7%** et non pas **70,6%**
● la probabilité des carreaux **4–1** est 10/70 = **14,3%** et non pas **29,4%**
La loi de compression a fait son office, les carreaux **3–2** sont devenus plus probables.

À la fin de la levée précédente (à 5 levées de la fin) les probabilités étaient déjà sérieusement « comprimées »
3–2 **79,4%** (initialement **67,8%**)
4–1 **19,8%** (initialement **28,3%**)
5–0 **0,8%** (initialement **3,9%**)

Emile Borel et André Chéron. Théorie mathématique du bridge à la portée de tous. Paris 1940.

82. Sur la variation des probabilités en cours de jeu. Le problème de la variation des probabilités en cours de jeu est un des plus intéressants et aussi des plus délicats qui se posent au bridge ; on ne peut, en effet, le résoudre, qu'en faisant certaines hypothèses sur la manière de jouer des joueurs et la solution dépend du choix de ces hypothèses.

Pour illustrer son propos , Borel distribue aléatoirement entre 2 joueurs (Est et Ouest) **2,3,4,5** d'une couleur et **RV** d'une autre.

La probabilité pour que, par exemple, Ouest ait **RV** est de 20%. **P(RV en Ouest) = 20% .**
Jouons maintenant de la couleur dans laquelle Est Ouest se partagent les 4 petites cartes. Ils fournissent l'un et l'autre. Les probabilités sont – elles modifiées ?
Borel étudie successivement 3 hypothèses

H1) Est et Ouest fournissent leurs basses cartes de façon aléatoire

H2) Est et Ouest jouent toujours la plus basse carte possédée

H3) Est et Ouest jouent la carte la plus faible sauf lorsqu'ils ont des basses cartes en séquence : dans ce cas ils jouent indifféremment l'une ou l'autre des cartes en séquence.

Borel nous prévient :
Ces hypothèses ne sont pas les seules possibles ; on pourrait par exemple admettre que celui des 2 joueurs qui joue après l'autre tient compte de la carte jouée par le premier. Si Ouest a mis le 3 et si Est a 2,4,5, Est jouera indifféremment 2,4 et 5. Cette hypothèse complique l'étude car les rôles joués par les 2 joueurs ne sont plus symétriques. On pourrait également admettre que Est et Ouest n'ont pas la même manière de jouer. Enfin, on pourrait étudier les cas où Est et Ouest croient avoir intérêt à faire une feinte, à jouer par exemple la plus forte carte, précisément pour tromper leurs adversaires.

Supposons maintenant qu'Ouest a joué le 2 et Est le 3. Borel calcule que **P(RV en ouest**) est de

20% dans l'hypothèse **H1**

16,7% dans l'hypothèse **H2**

7,7% dans l'hypothèse **H3.**

En examinant l'hypothèse H1, Borel nous explique :
On pourrait être tenté de faire le faux raisonnement suivant : Il ne reste plus que 6 cas possibles (en Ouest RV2 , R52 , R42, V52, V42, 542).
Or chacun de ces 6 cas ayant une probabilité égale (5%) de se produire, et Ouest n'ayant RV que dans un seul cas (RV2) Ouest a une chance sur 6 d'avoir RV soit **16,7%.**
La faute de raisonnement provient de ce qu'on tient seulement compte de la probabilité d'entrée en jeu de la cause. Ouest recevra RV
5 fois sur 100. On oublie de tenir compte de la probabilité que ; la cause étant entrée en jeu, c'est-à-dire Ouest ayant reçu RV2, Est et Ouest jouent tous deux comme ils l'on fait.
Voici maintenant le raisonnement correct qui consiste à appliquer la formule de Bayes.
La probabilité, quand Ouest a RV2, pour qu'il joue le 2 est 1. : c'est une certitude. La probabilité, quand Ouest a RV2 pour qu'Est joue le 3 est 1/3 .
Donc dans ce cas la probabilité de fourniture du couple (2,3) est 5% x 1 x 1/3
Puis on procède de même pour chacun des 6 cas où Ouest a le 2 sans le 3.
Par exemple
si Ouest a touché V52, V42, R52, R42, la probabilité de fourniture du couple (2,3) est 5% x ½ x ½ .
Si Ouest a touché 542 la probabilité de fourniture du couple (2,3) est 5% x 1 x 1/3
Et ...
Dés lors la probabilité, calculée après qu'Ouest a joué le 2 et Est le 3 pour qu'Ouest ait RV est de :

$$\frac{\text{P(fourniture du 2 et du 3 quand Ouest à RV2)}}{\text{P(de fourniture du 2 et du 3 tous cas confondus)}} = \frac{5\%\text{x}1/3}{4\text{x}5\%\text{x}1/4 + 2\text{x}5\%\text{x}1/3} = 20\%$$

Cet extrait est très important car il inocule à la théorie des probabilités au bridge la maladie de la loi de Bayes et il va en résulter des dégâts irréparables en ce qui concerne la caution scientifique de notre jeu. (Voir aussi l'article sur le moindre choix).
Vous avez bien compris la façon de procéder de Borel pour faire sa démonstration dans l'Hypothèse où le mode de fourniture des joueurs serait H1 (fourniture aléatoire) :
Il distribue les 6 combinaisons possibles de cartes à Est – Ouest (toutes celles d'Ouest contiennent le 2 et toutes celles d'Est contiennent le 3).
Ensuite, il demande aux joueurs de fournir leurs petites cartes de façon aléatoire (H1).
Il ne comptabilise que les cas où Ouest fournit le 2 et Est le 3 et parmi eux, ceux où RV sont en Ouest.
Il fait le ratio de ces deux nombres et il trouve que parmi les cas où 2 et 3 ont été fournis, la fréquence de RV en Ouest était 20%.
Nous allons maintenant attirer votre attention sur bon nombre de bizarreries, d'incohérences et d'irrégularités.

1 Comment faites vous d'habitude, pour contrôler une probabilité par une expérience en fréquence ?
Vous constituez un réservoir de donnes possédant les caractéristiques de la vôtre (chicane à pique en Ouest, trèfles 4–2 , etc....) puis, dans ce réservoir, vous mesurez la fréquence des mains dans lesquelles le fait dont vous voulez mesurer la probabilité se produit (par exemple ♣D en Ouest).
Ici votre réservoir est constitué par les 6 combinaisons possibles en Est – Ouest. Dans ce réservoir, la fréquence de RV en Ouest est 1/6 soit **16,7%** et pourtant la probabilité que vous évaluez est **20%**.
Pourquoi ? Pourquoi changez vous votre mode d'évaluation de la probabilité ?
En réalité, vous n'en avez pas conscience, mais c'est carrément la nature même de la probabilité mesurée que vous changez.
Jusque là, nous étions dans un univers des possibles qui était constitué d'évènements élémentaires consistant en des mains et ces mains provenaient d'un processus unique : **la distribution aléatoire des cartes en début de coup**.
De même que c'est le procédé d'impression des billets de loterie qui détermine les probabilités dans l'univers des billets de loterie, en matière de bridge c'est la distribution aléatoire qui détermine la probabilité pour que les trèfles soient distribués 4–3 , pour que la ♣D soit située dans telle main et ainsi de suite.
Ce que fait Borel c'est appliquer sur cet univers des possibles un filtre , le filtre du procédé de fourniture, pour que le dispositif rende des conclusions allant dans le sens de ses convictions.
Quand il assimile la probabilité à la proportion de donnes dans lesquelles le 2 et le 3 seront fournis, ce n'est plus dans **l'Univers des mains possibles** que se situe Borel mais dans **un Univers des donnes** différentiées par toutes les fournitures possibles avec les mains possibles. La fourniture ne peut être considérée comme un caractère pour une main.
Si avec R32 on peut fournir une fois le 2, une fois le 3 c'est bien au cours de deux donnes différentes et ce sont les donnes qui sont distinguées par les fournitures et pas les mains.
L'ennui, c'est qu'en procédant ainsi, Borel se rend coupable d'un amalgame injustifiable au regard des règles logiques : il appelle probabilités et il compare deux procédés qui non seulement ne mesurent pas la même chose mais ne le mesurent pas de la même façon.

Toutes les probabilités figurant dans la formulation de la loi de Bayes sont définies dans le même univers, un univers unique et en aucun cas, il n'est permis de combiner dans une opération quelconque une probabilité de 5% calculée dans un univers des mains possibles et une probabilité de 1/3 qui n'a cours que dans une univers de donnes distinguées par le caractère « fourniture ».

L'axiomatique nous oblige à définir l'univers des possibles et les évènements élémentaires qui le constituent ainsi que le procédé de mesure utilisé avant de parler de probabilités et pour avoir omis l'un et l'autre Borel s'est rendu coupable d'une flagrante violation des règles en usage dans le domaine des mathématiques.
Mais en a – t – il seulement conscience ? L'axiomatique de Kolmogorov date de 1933 et Borel a écrit son bouquin en 1940 après une carrière politique qui a duré 12 années. Il est possible qu'il n'ait pas eu connaissance des travaux de son éminent collègue et puis de toute façon, voici un extrait où il affiche carrément son mépris pour l'axiomatique :

Emile Borel. Valeur pratique et philosophie des probabilités. Paris 1939.
45. La méthode axiomatique. On sait comment l'on procède pour exposer une science telle que la géométrie sous une forme axiomatique : de même que dans les bons romans policiers, on commence par la fin, c'est-à-dire qu'on pose comme définitions les propriétés essentielles que l'expérience a conduit à attribuer aux êtres géométriques : points, droites, plans.
Il en sera de même pour les probabilités : rien n'interdit à un mathématicien de bâtir une théorie dans laquelle il considèrera des « choses » qui seront des « jugements » et des nombres attachés à chacune de ces choses qui seront les « probabilités »
(...) On peut également si l'on veut encore raffiner, et si l'on a du goût pour les notations de l'algèbre de la logique, écrire toutes les définitions et tous les axiomes au moyen des symboles de cette algèbre logique.
On peut dés lors considérer tout le développement théorique du calcul de probabilités comme une science mathématique pure sans plus de rapport avec la réalité que ne le sont les géométries analytiques à n dimensions. Mais bien entendu, toutes les difficultés pratiques se retrouvent dés que l'on veut appliquer à n'importe quel phénomène réel la science théorique ainsi constituée.
Petit détail croustillant : il faut savoir qu'aujourd'hui les applications pratiques des géométries analytiques à n dimensions (matrices, tenseurs, ...) sont innombrables.

Toujours est – il que le premier défaut de la démonstration de Borel est de faire appel, sans nous prévenir, à un ensemble des possibles qui n'est plus celui qu'il utilisait dans ses précédents calculs, et d'utiliser un autre procédé que celui qu'il utilisait jusque là pour mesurer une fréquence qu'il assimile à un probabilité à ses risques et périls.
Et ce défaut à lui tout seul est évidemment rédhibitoire puisque Borel, à divers stade de son ouvrage appelle « probabilités », amalgame et compare deux grandeurs qui n'ont absolument rien de comparable, ni en ce qui concerne l'objet qu'elles prétendent mesurer ni en ce qui concerne le procédé de mesure utilisé.

2 **16,7%** de RV en Ouest dans le réservoir de donnes où l'on s'alimente, **20%** dans les donnes où le 2 et le 3 sont fournis.
Comment fonctionne le filtre mis sur pied par Borel ?
C'est simple, dans la réalité d'une donne supposez que le **5** et le **3** soient fournis ? Comme la fourniture des petites cartes est aléatoire, Borel calculerait que la probabilité de RV en Ouest est encore **20%**.
Dans l'expérience présentée par Borel, il arrive aussi que **5** et **3** soient fournis. Et quelle est la fréquence de RV en Ouest sur les coups où **5** et **3** sont fournis ? **0%** . Car la main d'Ouest contient le 2. Si on lui donne aussi le 5, étant donnée sa capacité de 3 cartes, elle ne peut plus contenir RV.
Et l'on peut ainsi démontrer que **le seul** couple de petites cartes pour lequel la fréquence de RV en Ouest est **20%** est le couple (2,3), le couple sur lequel Borel fonde sa démonstration.
Mais Borel ne veut – il pas démontrer en fait que, quel que soit le couple de petites cartes fournies de façon aléatoire, la probabilité de RV en Ouest sera **20%** ?
Comment se fait – il alors que l'expérience qu'il met en place démontre le contraire ?
Quand une expérience prétend démontrer la validité d'un calcul, ne doit – elle pas être compatible avec toutes les conclusions de la théorie qui justifie ce calcul ?

En fait Borel a le choix,

● soit il nous présente une expérience où il distribue de façon aléatoire les 6 cartes, puis il fait fournir aléatoirement les joueurs.
Dans ce cas la conclusion sera bien que pour tout couple de petites cartes fournies RV seront en Ouest dans 20% des cas (comme c'est le cas avant qu'ils ne fournissent, nous sommes bien d'accord là dessus).
● Soit il nous présente l'expérience qu'il a choisi pour illustrer ses propos mais elle s'avère truquée (ou plutôt bancale) dans ses conclusions.

Pourquoi Borel a – t – il choisi la 2e expérience plutôt que la première parce qu'il sait qu'au regard de ce qui est **possible** au moment où il nous demande de juger de la probabilité, la première expérience n'est pas recevable : il faut absolument que le 2 soit en Ouest et le 3 en Est comme nous l'ont appris les cartes vues, alors que dans le première expérience, ces cartes peuvent être situées n'importe où.
C'est la quadrature du cercle, il n'existe pas d'expérience illustrant ce que veut démontrer Borel parce que du point de vue des probabilités en matière de bridge, ce que veut démonter Borel est faux.

3 Voici deux problèmes extraits d'un livre de mathématiques, destinés à illustrer la loi de Bayes :

● On estime qu'un conducteur sur cent conduit en état d'ivresse. Pendant une période donnée, un conducteur ivre a une chance sur cinquante de provoquer un accident. Un conducteur sobre a une chance sur 1000 de provoquer un accident. Un accident se produit, quelle est la probabilité pour que le conducteur soit ivre ?
● Dans un magasin, il y a 70% d'appareils provenant de l'usine A et 30% d'appareils provenant de l'usine B. Parmi les appareils venant de l'usine A , 20% ont un défaut. Parmi les appareils provenant de l'usine B, 10% ont un défaut. J'achète un appareil défectueux, quelle est la probabilité pour qu'il provienne de l'usine A ?

Observez d'abord que dans chacun des 2 univers les conducteurs et les appareils sont différentiés selon des caractères (accidentés ou non, sobre ou non, provenant de l'usine A ou de l'usine B, défectueux ou non) qui provoquent des clivages au sein de la population. Et c'est la quantification de ces clivages qui détermine la probabilité.
Par exemple si la population comporte P conducteurs, quand je tire un individu sobre je peux affirmer avec certitude qu'il provient d'une population dont l'effectif est 0,99P puisque un conducteur sur cent conduit en état d'ivresse. Et parmi les conducteurs sobres, 1 millième soit 0,00099P ont eu un accident. Sur les 0,01P (1% de la population) conducteurs ivres 2% (1/50) soit 0,0002P ont eu un accident. En tout la population des accidentés compte 0,00099P + 0,0002P = 0,00119P personnes dont 0,0002P sont ivres. La probabilité pour qu'un accidenté soit ivre est donc 0,0002P / 0,00119P soit 20/119 soit à peu prés 1 sur 6. .

Dans l'expérience de Borel, l'effectif des mains possibles comporte 6 combinaisons (en Ouest RV2, R52 , R42, V52, V42, 542).
Si nous voulons créer un univers des possibles où les probabilités apparaîtront comme des clivages (ce qu'exige la loi de Bayes) il contiendra toutes les mains possibles, chacune d'elle étant dupliquée selon ses possibilités de fournitures.
Cet univers contiendra les donnes suivantes (fournitures en bleu)

RV**2** , **3**45	RV**2** , **4**35	RV**2**, **5**34	
R5**2** , **3**4V	R5**2** , **4**3V	R2**5** , **3**4V	R2**5**, **4**3V
V5**2** , **3**4R	V5**2** , **4**3R	V2**5** , **3**4R	V2**5**, **4**3R
R4**2** , **3**5V	R4**2** , **5**3V	R2**4** , **3**5V	R2**4**, **5**3V
V4**2** , **3**5R	V4**2** , **5**3R	V2**4** , **3**5R	V2**4**, **5**3R
54**2** , **3**RV	52**4** , **3**RV	24**5** , **3**RV	

Il s'agit d'un univers de 22 donnes, jouées avec les mêmes cartes, dont les éléments sont distingués par la fourniture.
Si nous appliquons à cet univers les mêmes principes que nous vous avons utilisés pour illustrer la loi de Bayes :

Nous dénombrons la classe des donnes où le 2 et le 3 sont fournis, comme nous avons dénombré auparavant celle des conducteurs accidentés. Elle est formée de 6 éléments à priori équiprobables et parmi eux, un seul situe RV en Ouest.
C'est donc que, même dans cet ensemble, quand 2 et 3 sont fournis la probabilité pour qu'on se situe dans une donne où RV sont en Ouest est 1/6 et pas 20%.

Donc, ce n'est encore pas dans cet univers que se situe Borel, mais dans un univers où l'on donne périodiquement 12 fois les 6 combinaisons possibles des 6 cartes et où l'on fait fournir chaque fois une combinaison différente de 2 petites cartes.
Avec RV2 345 on aura fourni 4 fois le **2** et le **3** (4 fois le 2 et le 4, 4 fois le 2 et le 5)
Avec R52 34V on aura fourni 3 fois le **2** et le **3** (3 fois le 2 et le 4, 3 fois le 5 et le 3, 3 fois le 5 et le 4)
Avec R42 35V on aura fourni 3 fois le **2** et le **3** (3 fois le 2 et le 5, 3 fois le 4 et le 3, 3 fois le 4 et le 5)
Avec V52 34R on aura fourni 3 fois le **2** et le **3** (3 fois le 2 et le 4 , 3 fois le 5 et le 3, 3 fois le 5 et le 4)
Avec V42 35R on aura fourni 3 fois le **2** et le **3** (3 fois le 2 et le 5 , 3 fois le 4 et le 3 , 3 fois le 4 et le 5)
Avec 245 RV3 on aura fourni 4 fois le **2** et le **3**. (4 fois le 4 et le 3 , 4 fois le 5 et le 3)
Cette configuration de l'univers des donnes, fondée sur 12 cycles, est nécessaire pour que chaque main soit jouée le même nombre de fois, pour que tous les couples de cartes pouvant être fournis avec une distribution donnée s'y retrouvent le même nombre de fois et pour que les fréquences auxquelles Borel amalgame les probabilités correspondent aux calculs qu'il effectue.

Ce qui fait que, sur 12 cycles, 2 et 3 seront fournis 20 fois dont 4 avec RV2 pour 345. Fréquence 20%.
Quand le 5 et le 4 ou le 5 et le 3 ou le 4 et le 3 seront fournis la probabilité de RV en Ouest sera 0%.
C'est un univers où quand le 2 et le 3 sont fournis...
Bien que la probabilité de V en Ouest , de 5 en Ouest ou de R en Ouest soit 10/20 (50%).
La probabilité de R5 (Ou R4 ou V4 ou V5) en Ouest est 3/20 tandis que la probabilité de RV (ou 54) est 4/20.
En d'autres termes, la probabilité de trouver le R en ouest est plus petite quand le 5 y est déjà que quand le V y est déjà.
Plus généralement la probabilité de trouver un honneur dans une main est plus forte quand l'autre honneur s'y trouve déjà.
La probabilité de trouver une petite carte dans une main est plus forte quand l'autre petite carte s'y trouve déjà.
Il y a rupture de l'équiprobabilité des mains et des cartes, ou en d'autres termes les principes qui régissaient toutes les probabilités des stades antérieurs, à savoir « la distribution est absolument aléatoire et toute main possible est équiprobable à une autre, dans une main toute carte non localisée est équiprobable à une autre » n'ont plus cours dés lors que 2 cartes sont fournies.
Il nous faut donc renoncer à l'évidence que le fait de connaître une carte de chaque main n'altère pas le principe que la distribution aléatoire avait les mêmes chances de situer toute paire de cartes encore non localisées dans une main et qu'on peut calculer ces chances en raisonnant ainsi : il reste 4 cartes non localisées : le 4 , le 5 le R et le V . Il reste 2 places vacantes en Ouest. La probabilité pour que l'une de ces cartes (X) occupe une place vacante d'Ouest est donc 2/4 soit 1/2. Quand X occupera une place en Ouest , il restera une place vacante en Ouest et la probabilité qu'une autre carte donnée Y l'occupe sera 1/3. Donc la probabilité de X et Y en Ouest est 1/2 multiplié par 1/3 soit 1/6. Ce qui tombe particulièrement parce qu'avec 4, 5, R et V on peut faire 6 paires différentes de cartes et que si la distribution aléatoire a rempli son office impartialement, les chances de situer n'importe laquelle des ces paires à côté du 2 (ou à côté du 3) doit être 1/6.
Mais bon, si la distribution n'est pas aléatoire et qu'elle situe plus de RV que de R5 dans une main abandonnons l'idée simple et féconde de l'équiprobabilité pour un modèle d'univers où il faut donner 12 fois les cartes avant de pouvoir calculer une probabilité et où, un fois qu'elles sont

données, les petites cartes répugnent à se mélanger aux grosses et les grosses aux petites conformément au principe de la lutte des classes que l'on croyait jusque là spécifique des sociétés humaines et qu'il faudra désormais étendre aux cartes à jouer.

Posons maintenant quelques questions innocentes :
Pourquoi n'avons-nous retenu que les mains localisant le 2 en Ouest et le 3 en Est pour les soumettre au procédé de fourniture ?
Parce que les probabilités imposent qu'on se situe dans le référentiel des possibles et que ces mains sont les seules possibles.
Comment avons-nous constitué l'ensemble des mains possibles ?
Nous avons fixé dans la main adéquate la petit carte dévoilée (le 2 en Ouest , le 3 en Est) et nous leur avons adjoint toutes les combinaisons possibles de cartes non encore localisées.
Et pourquoi la localisation des cartes est elle intéressante ?
Parce que c'est un caractère lié aux mains et son intérêt découle de la question posée par le problème : quelle et la probabilité pour que RV soient localisés en Ouest ?
Pourquoi ne pas avoir considéré comme possibles l'ensemble des mains où, par exemple le 2 serait en Ouest et le 4 en Est ?
Parce que c'est le 2 et le 3 qui ont été fournis et que c'est la fourniture qui détermine l'ensemble des mains possibles.
Bien.
Observons maintenant cette donne de votre ensemble des possibles : RV**2** , **4**35 .
Nous venons de dire qu'en matière de bridge si le 2 et le 4 étaient fournis, l'ensemble des mains possibles ne serait pas celui que vous utilisez dans votre démonstration. N'est il pas pour le moins incongru de construire un ensemble des possibles basé sur la fourniture de 2 cartes puis de considérer que dans cet ensemble d'autres cartes puissent être fournies ce qui est purement incompatible avec son principe de fondation ?
Si vous jugez que l'ensemble des mains possibles doit être construit avec toutes les déclinaisons possibles du caractère « situation des cartes non encore localisées » une fois que le 2 et le 3 sont fournis, pourquoi ne pas procéder de la même façon, au niveau des donnes possibles, avec le caractère « cartes fournies » ?
En d'autre terme si nous nous situons dans une donne où le 2 et le 3 sont fournis, direz vous qu'il est possible que nous nous situions dans une donne où le 2 et le 4 sont fournis ?
Si vous jugez ce fait impossible, c'est que la fourniture du 2 et du 4 est impossible au stade où se pose le problème, et qu'en matière de bridge et de probabilités il n'est pas plus judicieux de se situer dans un ensemble des possibles où d'autres cartes seraient fournies que le 2 et le 3 qu'il n'est judicieux de se situer dans un ensemble des possibles où le 2 et le 3 seraient situés autrement que dans notre donne.

Par ailleurs...
Voyez vous pourquoi la loi de Bayes porte le nom de « probabilité des causes » ?
L'observation de l'effet (un accident se produit, un appareil défectueux est acheté) nous donne à penser qu'il pourrait être lié à une cause (ivresse, usine qui produit plus d'appareils défectueux qu'une autre) et une information quantitative (une chance sur cinquante au lieu d'une sur mille, 20% de défauts au lieu de 10%) confirme la pertinence d'une relation de cause à effet.
Situons nous maintenant dans notre donne de bridge, Est fournit le 2 et Ouest le 3. Pensez vous qu'il pourrait y avoir une relation de cause à effet entre la possession de RV par l'un des joueurs et la fourniture de ces deux cartes ? Ce serait le cas, si par exemple, quand RV sont en Est, les deux joueurs fournissaient plus fréquemment le 2 et le 3 que le 4 et le 5 ou une autre combinaison. Mais dans ce cas, la probabilité de RV en Est serait plus importante quand le 2 et le 3 seraient fournis que quand le 4 et le 5 seraient fournis.
Or ce n'est évidemment pas le cas, dans la mesure ou la fourniture est aléatoire et si la loi de Bayes elle-même ne confirmait pas que cette probabilité est la même on se demanderait quelles seraient les sources mystérieuses de son inspiration.
(Nota : ce n'est pas le cas dans une donne de bridge, mais dans l'expérience de Borel, c'est – hélas - bien le cas.)

En fait l'argument qui permet aux bridgeurs d'employer la loi de Bayes est d'une autre nature.
Est fournit <u>plus fréquemment</u> une de ses petites cartes quand il a une grosse carte à côté que quand il n'en a pas. Ne peut – on y voir une relation de cause à effet ?
Si, **à condition que vous considériez que l'effet est <u>l'augmentation de la fréquence de fourniture</u> de la petite carte et non pas <u>sa fourniture</u>.**
Ce qui veut dire que pour observer l'effet, **il vous faut mesurer la fréquence de fourniture** et que donc vous allez demander à Est de fournir plusieurs fois une petite carte de façon aléatoire avec le jeu qu'il a

● Si il fournit le 2 et le 2 et le 2 et le 2… (fréquence du 2 = 1) il a RV2
● si il fournit le 2 et le 4 et le 2 et le 4 et le 2 et le 4 ….(fréquence = 1/2) il a le R ou le V avec le 2 et le 4.
● Si il fournit le 2 et le 4 et le 5 et le 2 et le 4 et le 5…. (fréquence = 1/3) il a le 2 , le 4 et le 5 .

Voilà quelle est, en matière de bridge, la seule et piètre expérience, compatible avec notre donne, qui permette de justifier l'emploi de la loi de Bayes.
Dommage qu'en matière de bridge on ne puisse pas demander aux adversaires de fournir plusieurs fois leurs petites cartes de façon aléatoire parce que cela doperait nos probabilités jusqu'à la certitude.

4 Et enfin, pour en terminer une fois pour toutes avec la loi de Bayes, en supposant que toutes les réserves précédentes ne vous aient pas convaincus, remarquons que Borel (au contraire des exégètes actuels de l'emploi de la loi) s'entoure de précautions : il nous dit attention :

● Si le mode de fourniture des adversaires est aléatoire la probabilité est **20%**
● si le mode de fourniture est la plus petite la probabilité est **16,7%**
● Si le mode de fourniture est mixte la probabilité est de **7,7%**

Et il nous prévient qu'on pourrait trouver encore d'autres modes de fourniture.
Mais soyons sérieux :
À la table qui peut prétendre connaître le mode de fourniture des adversaires ?
Ce mode de fourniture ne serait – il pas **inconnu** plutôt qu'**aléatoire** ?
Et même si vous le connaissiez, ne suffirait – il pas que l'adversaire en change au moment où il passe à votre table pour que la probabilité que vous calculez soit fausse et dépourvue de signification ?
L'adversaire peut il, selon qu'il prétend adopter telle attitude ou telle autre, être le maître des probabilités que vous utilisez ?

En somme, non seulement l'invocation de la loi de Bayes est dépourvue de sens en matière de probabilités dans une donne de bridge, mais cette façon de raisonner est en conflit avec les probabilités dont vous faites un usage classique et de plus, même si l'utilisation de cette loi était justifiée, elle déboucherait sur une impossibilité pratique de mettre à profit les résultats qu'elle donne.

Bon, ceci dit, je ne veux pas vous forcer la main. En dernier ressort, la décision de l'utiliser vous appartient.
Pourvu que vous n'appeliez pas « probabilité » ses conclusions dans une donne de bridge.

J.M. Roudinesco. Préface à « Tester votre bridge. Les probabilités / La lecture des mains » de Hugh Kelsey. 1984.
Cartes équivalentes et théorie des choix.
Le théorème de Bayes peut s'énoncer ainsi :
Lorsqu'une cause ne peut produire qu'un seul évènement les probabilités de l'évènement et de la cause sont identiques.
Lorsqu'une même cause peut produire plusieurs évènements, la probabilité de l'évènement est égale à celle de la cause diminuée des probabilités que cette cause avait de produire des évènements différents.
En corollaire, lorsqu'un même évènement peut résulter de plusieurs causes différentes, la probabilité que l'évènement soit rattaché à une cause déterminée est égale à la probabilité relative des différentes causes envisagées ensemble.
Une formulation assez obscure dont je laisse la responsabilité à son auteur.

Puis Roudinesco cite l'exemple des 2 sacs ou des 2 urnes : l'urne A, contient 100 boules noires (n), l'urne B, contient 50 boules noires (n) et 50 boules blanches (b). On choisit une urne au hasard, sans savoir laquelle. Dans cette urne on tire une boule au hasard. Cette boule est noire. Quelle est la probabilité qu'elle émane de l'urne A ? 2/3.
Ce chiffre provient du calcul suivant :
probabilité de A = ½ probabilité de n sachant A = 1 → Donc probabilité de A et n = 1 x ½ = ½
probabilité de A = ½ probabilité de b sachant A = 0 → Donc probabilité de A et b = 0 x ½ = 0
probabilité de B = ½ probabilité de n sachant B = ½ → Donc probabilité de B et n = ½ x ½ = ¼
probabilité de B = ½ probabilité de b sachant B = ½ → Donc probabilité de B et b = ½ x ½ = ¼

A (ou non A = B) étant considéré comme la cause et n (ou non n = b) comme l'effet
La loi de Bayes nous dit que

$$\text{probabilité de A sachant n} = \frac{\text{probabilité de n sachant A x probabilité de A}}{\text{probabilité de n}}$$

Ou encore

$$\text{probabilité de A sachant n} = \frac{\text{probabilité de A ET n}}{\text{probabilité de A ET n} + \text{probabilité de B ET n}} = \frac{2}{3}$$

Dans ces formulations de la loi, on pourrait remplacer A par B ou n par b. Elles resteraient exactes.

Mais quel est le lien entre l'exemple des urnes et une partie de bridge ? Supposons qu'on joue 4♠ avec 9 atouts. ♠AR1098 au mort et ♠7654 en main. L'adversaire se partage ♠DV32. La première levée de pique voit arriver le ♠2 à gauche et le ♠V à droite.
Sachant qu'au début du coup la probabilité de ♠V sec (ou de ♠D sèche) est 6,2% et celle de ♠DV secs est 6,8%, faut il, au second tour de pique, faire l'impasse sur le flanc gauche ou tirer en tête ?
48% de V secs et 52% de DV secs. Nous serions prêts à tirer en tête si les théoriciens du bridge ne nous disaient « certes nous avons une urne A qui contient 48 V et une urne B qui contient 52 D et 52 V mais quand on plonge la main dans l'urne B, on n'en sort un valet qu'une fois sur deux, car le joueur qui possède DV secs, s'il est malin, ne fournira le V qu'une fois sur deux. Il faut donc comparer 48% de V provenant de V sec à 26% de V provenant de DV et cette proportion est nettement en faveur de V sec. Donc il faut faire l'impasse ».

Bien sûr, tous les défauts que nous avons soulignés dans la précédente utilisation de la loi de bayes sont présents dans cette nouvelle tentative.

1 D'abord l'exemple des urnes est mal choisi car même si l'on mettait 10.000 valets et 10.000 dames dans l'urne B, (l'urne A ne contenant que 100 valets), la probabilité de **B (c'est-à-dire DV) et valet** serait toujours ¼ et la probabilité de **A (c'est-à-dire de valet sec) sachant valet** serait toujours **2/3**.
Alors qu'en matière de bridge, il est bien évident que s'il y avait 100 possibilités de DV pour une possibilité de V sec, il vaudrait mieux parier sur DV.
On pourrait penser qu'il vaudrait mieux mettre sur pied une expérience dans laquelle on puiserait 48 fois dans l'urne A contenant un valet sec et 52 fois dans une urne B contenant une dame et un valet. Et comme de l'urne B ne sortirait un V qu'une fois sur 2, sur 100 coups, il sortirait en moyenne 74 fois un valet et 48 d'entre eux seraient secs ce qui donne pour valet sec une fréquence de 65%.
Seulement voilà : Cette expérience n'aurait rien à voir avec le bridge. Ce n'est pas un jeu où l'on demande aux adversaires de fournir plusieurs fois leurs cartes et ce processus est nécessaire pour que les probabilités soient quantifiées conformément aux attentes du rédacteur. Si vous ne procédez qu'à un tirage, vous supprimez l'influence du choix de l'urne avec une fréquence donnée et votre jeu ne reproduit plus la différence de poids entre les deux combinaisons à comparer alors qu'en matière de bridge, cette probabilité a un sens même au cours d'une donne unique.
Pourquoi ? Parce que c'est l'acte initial de la distribution qui détermine quelles proportions on peut attendre de toutes combinaisons de cartes et que cet acte précède la fourniture ou la découverte progressive des cartes.
De plus, dans cette expérience, quand vous tirez la dame, la probabilité pour qu'elle provienne de l'urne B est 100% alors que dans une donne de bridge ce n'est jamais le cas.

2 Qu'à cela ne tienne, Roudinesco nous propose d'adjoindre une 3^{e} urne contenant 100 boules blanches aux 2 autres.
Transposons en disant qu'on tire 32 fois dans l'urne qui contient un valet, 32 fois dans l'urne qui contient une dame et 36 fois dans l'urne qui contient VD. Cette fois encore nécessité de procéder à plusieurs tirages mais de plus coexistence de cas où l'on tire un valet avec des cas où l'on tire une dame alors que dans notre donne, c'est la probabilité une fois que nous avons tiré un valet, que nous voulons mesurer ce qui exclut qu'on puisse l'assimiler à une fréquence dans une expérience où l'on tirerait la dame puisque tirer un valet exclut qu'on puisse tirer une dame.
Si vous voulez simuler ce qui se produit dans notre donne par une expérience en fréquence, donnez à Est et Ouest 1000 mains contenant les cartes qu'ils ont fournies au moment où se pose le problème (dont le ♠2 en Est et le ♠V en Ouest) , plus les cartes inconnues que se partagent les flancs. Puis sur ces 1000 donnes comptez la fréquence de celles qui donnent à Ouest ♠DV ou ♠V sec.
Vous constaterez que la fréquence de ♠DV est plus grande que celle de ♠V sec. pourquoi ? Parce que la distribution aléatoire des cartes qui est la mère de toutes les probabilités a fait son œuvre en favorisant les couples DV par rapport aux V secs et elle l'a fait bien avant qu'Ouest décide si il allait fournir le Valet une fois sur deux ou toujours le valet avec DV. Ce qui fait que les probabilités ne peuvent pas dépendre du mode de fourniture d'Ouest.

3 Si Borel avait du mettre sur pied une expérience pour prouver la validité du moindre choix , soucieux de la compatibilité avec le possible dans notre donne, il nous aurait donné par exemple 48 mains avec Valets secs et 52 mains avec DV secs, il nous aurait demandé de fournir le Valet une fois sur deux avec DV secs et nous aurait demandé de mesurer la fréquence de DV secs sur les dois où le valet aurait été fourni. Mais on connaît maintenant les reproches qu'on aurait pu adresser à cette façon de procéder.
● Différence entre la fréquence mesurée et la fréquence de DV secs dans le réservoir qui nous alimente, ce qui prouve qu'on ne respecte pas la définition de la probabilité qu'on utilise en d'autres occasions (notamment pour justifier la proportion de V secs et de DV secs dans le réservoir)..

● Quand la dame est fournie les conclusions de cette expérience (une dame provient dans tous les cas de DV) ne sont pas compatibles avec la théorie du moindre choix. qu'elle prétend pourtant démontrer.
● Nous n'avons que faire d'une probabilité qui dépendrait d'un mode de fourniture que nous ne connaissons pas et qui est susceptible de changer à tout moment. Inutilisable.

4 quand avant d'utiliser la loi de Bayes, Borel dit qu'il s'attaque à l'un des problèmes les plus délicats en matière de probabilités appliquées au bridge, je suis assez d'accord avec lui mais je pense que la tâche de vous démonter que ses conclusions sont erronées est plus délicate encore. Pourquoi ? Parce que à l'instar de ce que fait Borel, la plupart des bridgeurs assimilent la probabilité dans une donne à la rentabilité d'une stratégie dans une expérience en fréquence qui n'a qu'un lointain rapport avec leur donne.
Ici, vous imaginez que vous vous colletez avec des milliers de donnes comportant soit un honneur sec , soit deux honneurs secs, et les statistiques vous indiquant que l'honneur sec est plus fréquent que le couple, vous vous dites qu'en faisant l'impasse, vous sortirez plus souvent vainqueur de l'épreuve qu'en tirant en tête.
Comment vous faire comprendre que cette vision des choses n'a rien à voir avec le concept de probabilité dans une donne dont l'objet, nettement plus subtil est de vous faire évaluer vos chances dans cette donne ? Une donne unique, sur les milliards que peut produire la distribution aléatoire et qu'il faut traiter comme telle.

● D'abord imaginez que vous cherchiez la ♣D chez les adversaires et que vous puissiez orienter votre impasse sur les deux flancs. Faute d'avoir une donnée à exploiter, vous allez choisir un flanc au hasard et faire l'impasse sur lui pour une rentabilité de 50%.
Vous allez prendre la ♣D en moyenne 500 fois sur 1000.
Si maintenant on vous dit à chaque donne dans quel flanc est situé le ♦3, vous allez faire l'impasse à la dame sur l'autre flanc et vous allez prendre 520 dames sur 1000. Pourtant, dans la série de donnes, la dame est en Ouest dans 50% des cas mais le fait de connaître la situation d'une carte vous permet de mettre en place une stratégie plus rentable, conforme à la probabilité de situation de la dame.
Si votre unique possibilité est de faire l'impasse sur Ouest, quand le ♦2 sera en Ouest votre probabilité de réussite ne sera que de 48% mais les probabilités ont pour objet de vous faire calculer exactement vos chances, pas de vous faire gagner à tous les coups.
Et de manière générale

la stratégie que vous mettez en œuvre dans votre expérience en fréquence ne va donner un résultat conforme à la probabilité dans la donne que si dans chaque donne de votre série de tirages toutes les cartes sont situées exactement comme vous les avez trouvées dans votre donne au moment où vous évaluez la probabilité. (loi de la classe la plus restreinte).

Si vous ne procédez pas ainsi, il est possible que vous exauciez un fantasme, qui vous projette du côté des gagnants par la seule force de la pensée, mais en tous cas, dans votre expérience vous ne reproduisez pas les conditions qui vous permettent de contrôler une probabilité par une fréquence.
En corollaire, vous devez absolument tirer des donnes où non seulement les petites cartes fournies au début du coup sont situées comme dans notre donne mais aussi où le ♠V et le ♠2 sont situés comme dans notre donne.
Et situer le ♠V en Est rend caduque tout raisonnement invoquant la fourniture de la dame puisque le ♠V en Est est un fait avéré et que toute supposition contraire est incompatible avec ce qui est **possible** dans notre donne.
Comment fournir le ♠V une fois sur deux ou la ♠D une fois sur deux quand dans notre donne le ♠V doit être fourni à tous les coups ?

Pour comprendre à quel point, la situation des petites cartes fournies, elle aussi est importante, supposez que votre problème se pose quand il ne reste que 2 cartes à chaque flanc ces 2 cartes

étant forcément des piques. Vous tirez l'As de pique, Ouest fournit le ♠2 et Est le ♠V . N'avez-vous pas la certitude que les ♠ sont 22 avec DV en Est ? .
Alors que votre procédé de calcul systématique est indépendant de l'instant où se pose le problème et bien sûr exclut que la probabilité de ♠DV dans une main puisse être 100% comme dans notre exemple.
C'est donc que la solution du problème dépend de l'instant où se pose le problème et pas seulement de ce qu'étaient les distributions possibles au début du coup ou du mode de fourniture des joueurs et que votre procédé de calcul est forcément faux. .
Comment une vision en fréquence qui englobe de nombreuses impossibilités par rapport au déroulement de la donne réelle peut elle être compatible avec un calcul de probabilité dans cette donne au stade où se pose le problème?

● Prenons maintenant un exemple qui vous fera toucher du doigt le caractère particulièrement spécieux de votre vision en fréquence.
Supposez que vous vous rendiez sur une île où habitent
45 valets célibataires, 45 dames célibataires et 55 valets mariés à 55 dames.
Vous rencontrez un valet. Quelle est la probabilité pour qu'il soit marié ?
Vous allez à la mairie de l'île, vous consultez l'état civil, 55% des valets sont mariés.
Donc la probabilité que votre valet soit marié est 55%.
C'est <u>l'état civil des valets</u> qui détermine cette probabilité et rien d'autre.
Nous n'avons même pas eu besoin de consulter l'état civil des dames.
Est ce que vous avez besoin de rencontrer plusieurs valets pour connaître cette probabilité ?
Non bien sûr, il suffisait de connaître la distribution statistique des valets selon leur état civil et rien d'autre.
Maintenant supposez que ce valet vous a été adressé par un plaisantin qui aurait pu vous adresser une dame une fois sur deux.
Est-ce que ça va changer quelque chose à la probabilité pour qu'un valet soit marié?
Non ben sûr, c'est l'état civil qui détermine cette probabilité et pas les pitreries du plaisantin.
Les pitreries du plaisantin sont tellement inutiles qu'après avoir rencontré votre valet vous quitterez l'île des valets et des dames pour l'île des rois et des as, autrement intéressante, ce qui fait que dans votre vie vous ne rencontrerez qu'un valet.
Alors c'est vous dire que le mode de fourniture du plaisantin on s'en tape.
Mais ce n'est pas parce que vous ne rencontrerez qu'un valet dans votre vie que la probabilité qu'il soit marié n'a pas un sens.
C'est imaginer qu'on en rencontre plusieurs selon un processus donné qui n'a aucun sens pour le calcul qui vous intéresse.

● Vous pouvez aussi imaginer que vous mettez la main dans une urne ou se trouvent 100 Valets et 100 Dames.
Au dos de 55 valets vous avez écrit « VD » , au dos de 45 valets vous avez écrit « V sec ».
Au dos de 55 dames vous avez écrit « VD » , au dos de 45 dames vous avez écrit « D sèche ».
Cela revient a avoir 45 V secs , 45 D sèches et 55 V mariés à 55 D.
Vous tirez un valet. Quelle est la probabilité que vous trouviez sur son dos écrit « DV » ou « V sec » ?
Cette probabilité ne dépend de rien d'autre que de la proportion de Valets possédant l'un ou l'autre des caractères.
Donc elle est de 55% pour « DV ».
Vous pouvez bien sûr objecter que vous avez 200 possibilités de choix alors qu'au bridge vous n'avez que 45 donnes avec V sec, 45 donnes avec D sèche et 55 donnes avec DV secs mais je vous répondrai qu'avec ces 145 donnes au bridge, vous avez aussi 200 possibilités de fourniture puisque avec les 55 donnes provenant de DV secs vous pouvez fournir aussi bien le Valet que la Dame.
Vous avez donc autant de possibilités de tirages dans l'urne que de possibilités de fournitures au bridge et cela valide la pertinence de notre expérience ainsi que le calcul de probabilité qui en découle.

Bon les probabilités ça suffit.
Si vous n'êtes toujours pas convaincu c'est que la science est impuissante à entamer votre foi.
Et là je regrette mais les âmes ne sont pas de mon ressort.
Faut voir avec les spécialistes du domaine.

Pour finir quand même quelques petites phrases de Borel qui m'ont bien fait marrer (il y en a d'autres) :

Emile Borel. Valeur pratique et philosophie des probabilités. Paris 1939.

68. Les probabilités auxiliaires de la vie sociale. (...) Le calcul des probabilités pourrait intervenir dans bien d'autres questions où l'on ne songe pas suffisamment à l'utiliser. Si un particulier, une ville, un état sont disposés à dépenser quelques millions ou quelques milliards en vue de sauver un certain nombre d'existences humaines, il serait intéressant pour eux de connaître le plus exactement possible le nombre probable d'existences humaines, réparties par sexes et par âges qui seront sauvées si l'on fait tel emploi déterminé de la somme dont on dispose. Ce renseignement n'imposerait pas la décision à prendre mais serait cependant un élément utile de cette décision.

Note II
À propos d'un traité de probabilités
(**A treatise on probability** bye Jonh Maynard Keynes, fellow of King's Collège Cambridge. London 1921)
(....) Ou bien, est ce l'application, pleine de succès du calcul de probabilités qui est dépourvue de réalité aux yeux de Monsieur Keynes ?
Par contre la question de savoir si , lorsque je prends un billet de loterie, on doit parler de la probabilité pour que je gagne ou de la probabilité du jugement que j'énonce en affirmant que je gagnerai, cette question subtile parait essentielle à M. keynes.
Cela prouve une fois de plus combien sont différents les esprits des Anglais et les esprits des continentaux: nous ne devons pas nous hypnotiser sur ces différences et chercher, avec obstination, à comprendre ce qui pour nous est incompréhensible ; (....)

69. Conclusion finale. En terminant ce traité, j'en aperçois toutes les imperfections ; si je pouvais le recommencer, je pense que je parviendrais à l'améliorer sur bien des points

.

En terminant ce traité, j'en aperçois toutes les imperfections ;
C'est Borel qui le dit dans sa conclusion finale de la fin du bout de l'extrémité de son bouquin.
Moi je ne change pas une ligne à ce que je vous ai dit.